

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN PENELITIAN

A. Identifikasi Hambatan Epistemologis Konsep Limit Fungsi Aljabar

Pada Bab IV ini, akan disajikan analisis data dan pembahasan mengenai hambatan epistemologis siswa dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan analisis kesalahan Kastolan pada konsep limit fungsi aljabar. Tes kemampuan responden diikuti oleh dua kelas, yakni kelas XII IPS 2 yang berjumlah 36 siswa dan kelas XII IPA 4 dengan jumlah 38 siswa. Berdasarkan hasil tes yang dilakukan oleh siswa kelas XII IPS 2 dan kelas XII IPA 4, maka terpilih 5 siswa untuk selanjutnya dilakukan proses wawancara. Dari 5 siswa yang terpilih 2 siswa diantaranya adalah siswa kelas XII IPS 2 dan 3 siswa dari kelas XII IPA 4.

Berikut ini adalah hasil analisis kesalahan dari lima subyek terpilih dalam menyelesaikan soal limit fungsi aljabar :

1. Analisis Kesalahan pada Subjek Pertama (S_1)

Subjek bernama Emilda Isnawati dari kelas XII IPS 2.

Berikut adalah hasil kerja dan hasil wawancara dari S_1

Hasil kerja soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . adapun jawaban yang diberikan oleh S_1 pada waktu tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut :

Jawaban Uraian

$$\begin{aligned} 1. \quad f(u) &= 3u + 2 \leq 2 \\ 5u + k &> 2 \\ f(u) &= 3u + 2 & f(u) &= 5u + k \\ u \rightarrow 2 &= 3(2) + 2 & u &\rightarrow 2 \\ &= 8 & & 8 \\ 5(8) + k &> 2 \\ 40 + k &> 2 \\ k &> -38 \end{aligned}$$

Gambar 4.1 Jawaban S_1 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tersebut, tampak bahwa kesalahan-kesalahan yang dilakukan S_1 adalah S_1 tidak

menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ dan S_1 tidak mengerti maksud dari $5x + k$, untuk $x > 2$, serta definisi dari limit meskipun siswa mampu menyebutkan bahwa limit ada jika limit kiri = limit kanan. Berikut hasil petikan wawancara dengan S_1 :

$P_{1.1.9}$: cara mengerjakannya bagaimana?

$S_{1.1.9}$: cari $f(x)$ nya dulu, limit kan sama dengan limit yang kanan sama dengan limit yang kiri, kalau yang kanan sama dengan dua jadi yang kiri sama dengan dua

$P_{1.1.10}$: itu alasannya ya? Selanjutnya bagaimana?

$S_{1.1.10}$: iya, trus dimasukkan rumusnya

$P_{1.1.11}$: yang saya tanyakan di nomer satu ini kenapa tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ tetapi kamu menuliskan $f(x)$?

$S_{1.1.11}$: karena yang dicari nilai k nya, kalau nggak dimasukkan ke ininya (sambil menunjuk $f(x) = 5x + k$) kan nggak bisa cari nilai k nya.

$P_{1.1.12}$: tadi alasanmu limit kiri sama dengan limit kanan, tapi yang kamu tuliskan bukan $\lim_{x \rightarrow 2^-} = \lim_{x \rightarrow 2^+}$ tapi $f(x)$, kenapa?

$S_{1.1.12}$: karena disoalnya $f(x)$

$P_{1.1.13}$: di lembar jawaban kamu menuliskan $5(8) + k > 2$, darimana?

$S_{1.1.13}$: karena saya..saya.. x nya itu sama dengan 8 jadi saya masukkan rumusnya (kurang jelas)

$P_{1.1.14}$: kenapa?

$S_{1.1.14}$: x nya itu saya ganti 8, jadi kalau memasukkan rumusnya jadi bisa diketahui k nya berapa

$P_{1.1.15}$: kalau tanda $\leq$ dan $>$ apakah kamu tahu maksudnya?

$S_{1.1.15}$: belum tahu.

$P_{1.1.16}$: jadi nilai k berapa?

$S_{1.1.16}$: k sama dengan lebih besar dari -38.

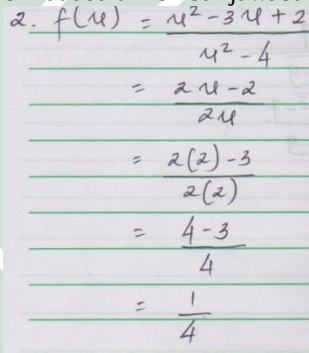
$P_{1.1.17}$: kalau begitu nilai k berapa? Apakah sama dengan -38 atau lebih dari -38?

$S_{1.1.17}$: oh iya ya...(sambil tersenyum)... k nya 3..nggak tahu Pak.

Berdasarkan hasil petikan S_{1.1.12} – S_{1.1.15} wawancara diatas, dapat diketahui bahwa S₁ mengalami kesalahan konseptual, yakni siswa tidak memahami definisi suatu fungsi yang memiliki limit dan berdasarkan petikan wawancara S_{1.1.11} siswa melakukan kesalahan dengan tidak menuliskan lim yang $x \rightarrow 2$ disebabkan kurangnya pemahaman siswa terhadap soal.

Hasil kerja soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S₁ pada soal nomor 2.



$$\begin{aligned}
 2. \quad f(u) &= u^2 - 3u + 2 \\
 &= \frac{u^2 - 4}{2u - 2} \\
 &= \frac{2(2) - 3}{2(2)} \\
 &= \frac{4 - 3}{4} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.2 Jawaban S₁ pada Soal Nomor 2

Kesalahan yang dilakukan S₁ adalah kembali tidak menuliskan lim, meskipun jawaban yang dituliskan sudah benar dengan menggunakan cara turunan, berikut petikan wawancara dengan S₁

- P_{1.2.2} : bagaimana cara kamu mengerjakan soal ini?
 S_{1.2.2} : saya cari... apa... fungsi turunannya dulu baru saya gantikan maksud saya x nya dimasukkan
 P_{1.2.3} : oke, yang saya tanyakan mengapa tidak menuliskan lim?
 S_{1.2.3} : ini disoalnya kan $f(x)$ jadi saya tulis $f(x)$
 P_{1.2.4} : kamu tahu tidak limit itu apa?
 S_{1.2.4} : em....mendekati Pak.

Berdasarkan petikan wawancara $S_{1,2,3}$ diatas, kesalahan S_1 adalah tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ dikarenakan kurangnya pemahaman S_1 terhadap soal, meskipun pada soal nomor 2 sudah terdapat kalimat “saat x mendekati 2”.

Hasil kerja soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S_1

$$\begin{aligned}
 3. f(u) &= \frac{\sqrt{u^3+u+7} - \sqrt{u^3-u+g}}{u^2-1} \\
 &= \frac{\sqrt{u^3+u+7}}{u^2-1} - \frac{\sqrt{u^3-u+g}}{u^2-1} \\
 &= \left[\frac{1}{\sqrt{u^3+u+7}} \cdot \frac{1}{u^2-1} \right] - \left[\frac{1}{\sqrt{u^3-u+g}} \cdot \frac{1}{u^2-1} \right] \\
 &= \left[\frac{1}{\sqrt{u^3+u+7}} \times \frac{1}{u^2-1} \right] - \left[\frac{1}{\sqrt{u^3-u+g}} \times \frac{1}{u^2-1} \right] \\
 &= \left[\frac{1}{\sqrt{u^3+u+7}} \times \frac{1}{\sqrt{(u^2-1)^2}} \right] - \left[\frac{1}{\sqrt{u^3-u+g}} \times \frac{1}{\sqrt{(u^2-1)^2}} \right] \\
 &= \frac{1}{\sqrt{u^3+u+7} \cdot \sqrt{u^4-2u^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{u^3-u+g} \cdot \sqrt{u^4-2u^2+1}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{u^6-2u^3-7}} - \frac{1}{\sqrt{u^6-2u^3-9}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{u^6+2u^3-9}} - \frac{1}{\sqrt{u^6+2u^3-7}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{(1)^6+2(1)^3-9}} - \frac{1}{\sqrt{(1)^6+2(1)^3-7}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1+2-9}} - \frac{1}{\sqrt{1+2-7}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{-6}} - \frac{1}{\sqrt{-8}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{-6}} - \frac{1}{\sqrt{-8}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.3 Jawaban S_1 pada Soal Nomor 3

Berdasarkan dari jawaban tersebut S_1 melakukan kesalahan-kesalahan, diantaranya adalah 1) tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 1}$, 2) tidak menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, 3) melakukan kesalahan dalam menyederhanakan pecahan, 4)

tidak melakukan perkalian sekawan, 5) tidak memfaktorkan sebelum mensubstitusikan. Untuk mengetahui kesulitan-kesulitan yang dialami S_1 berikut adalah petikan wawancara dengan S_1

- P_{1.3.2} : langkah pertama apa yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal ini?
- S_{1.3.2} : saya samakan dulu penyebutnya
- P_{1.3.3} : setelah penyebutnya sama, apa langkah selanjutnya ?
- S_{1.3.3} : setelah sama kan dikalikan atasnya, kan gini (sambil menunjukkan lembar jawabannya) ini dibagikan lalu dikalikan. Jadi hasilnya kan ini.
- P_{1.3.4} : ini sudah sama penyebutnya belum?
- S_{1.3.4} : belum...ini belum ini masih masih menyamakan yang ini Dulu (sambil menunjukkan
$$\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}\sqrt{x^4-2x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+x+9}\sqrt{x^4-2x-1}})$$
- P_{1.3.5} : apakah cara menyamakan penyebut seperti itu sudah benar?
- S_{1.3.5} : (siswa terdiam sebentar)...emm... nggak tahu Pak, sepertinya benar.
- P_{1.3.6} : baiklah, setelah penyebutnya sama selanjutnya bagaimana?
- S_{1.3.6} : saya masukkan yang limit mendekati 1, jadi x nya saya ganti 1 semua.
- P_{1.3.7} : bagaimana cara menyederhanakan bentuk pecahan seperti ini
$$\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}}$$
- S_{1.3.7} : yah tinggal dibalik...ini kan pembagian tinggal dibalik jadi perkalian Pak
- P_{1.3.8} : lalu darimana kamu menuliskan $\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$?
- S_{1.3.8} : itu kan sama dengan ini Pak (sambil menunjukkan $\frac{1}{x^2-1}$)
- P_{1.3.9} : ini kan ada bentuk akar, kenapa kamu tidak merasionalkan bentuk akarnya?
- S_{1.3.9} : soalnya belum begitu paham tentang limit
- P_{1.3.10} : lalu bagaimana kalau ada bentuk akar seperti ini?
- S_{1.3.10} : bentuk akar...oh dikuadratkan

- P_{1.3.11} : dikuadratkan bagaimana?
 S_{1.3.11} : kan dikurung trus dikuadrat seperti ini (sambil menunjuk $\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$ dan $\frac{1}{x^2-1}$)
 P_{1.3.12} : apakah kamu mengetahui cara-cara menentukan limit itu apa saja?
 S_{1.3.12} : Cuma cara yang diajarkan disekolah,
 P_{1.3.13} : apa saja? Cara seperti apa?
 S_{1.3.13} : ya..gini ya kayak gini (sambil menunjuk jawaban nomer 2)
 P_{1.3.14} : iya cara apa itu namanya?
 S_{1.3.14} : ini...apa...ini cara fungsi turunan
 P_{1.3.15} : ada lagi yang kamu tahu?
 S_{1.3.15} : emm....pembfaktoran, Cuma itu Pak
 P_{1.3.16} : apakah kamu sudah menggunakan cara pembfaktoran?
 S_{1.3.16} : (siswa terdiam)...belum karena kan sudah saya masukkan x nya.

Berdasarkan petikan wawancara S_{1.3.2} – S_{1.3.5} tersebut, S₁ mengatakan bahwa langkah pertama yang dilakukan adalah dengan menyamakan penyebutnya, akan tetapi hingga langkah akhir penyebutnya masih belum disamakan dan S₁ langsung mensubstitusikan $\lim_{x \rightarrow 1}$. Dalam menyederhanakan bentuk pecahan

S₁ melakukan kesalahan dengan merubah bentuk $\frac{1}{x^2-1}$ menjadi bentuk $\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$ seperti pada petikan wawancara S_{1.3.7} – S_{1.3.9},

serta beberapa kesalahan teknik operasional yang ditunjukkan pada petikan wawancara S_{1.3.10} – S_{1.3.11}. Selanjutnya berdasarkan petikan wawancara S_{1.3.12} – S_{1.3.15}, S₁ juga tidak dapat merasionalkan bentuk akar dengan perkalian sekawan. S₁ juga tidak melakukan pembfaktoran karena sudah mensubstitusikan terlebih dahulu seperti pada petikan wawancara S_{1.3.16}.

Hasil kerja soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S₁

$$\begin{aligned}
 4. \lim_{u \rightarrow 3} \frac{au^2 - 9a}{\sqrt{u^2 + 16} - 5} &= 10 \\
 &= \frac{2u \cdot a - a}{\sqrt{12u}} \quad \rightarrow = \frac{5a}{1} \\
 &= \frac{2(3)a - a}{\sqrt{2(3)}} \quad = \frac{5a}{1} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \\
 &= \frac{6a - a}{\sqrt{6}} \\
 &= \frac{5a}{\sqrt{6}} = 5a\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.4 Jawaban S₁ pada Soal Nomor 4

Berdasarkan dari hasil pekerjaan S₁ menunjukkan bahwa S₁ melakukan beberapa kesalahan, diantaranya 1) S₁ tidak menuliskan limit pada langkah kedua, 2) S₁ tidak merasionalkan terlebih dulu bentuk akar, 3) S₁ melakukan kesalahan dengan menggunakan cara turunan, 4) S₁ tidak menggunakan pemfaktoran untuk menentukan nilai a , 5) S₁ melakukan kesalahan-kealahan teknik operasional, 6) kesalahan yang paling fatal adalah S₁ tidak menuliskan nilai limit yakni 10, akibatnya nilai a tidak bisa ditemukan. Berikut adalah petikan wawancara dengan S₁

P_{1.4.2} : apa yang diketahui dari soal itu?

S_{1.4.2} : $\lim_{x \rightarrow 3} = 10$

P_{1.4.3} : di lembar jawabanmu pertama kamu menuliskan $\lim_{x \rightarrow 3}$ tetapi dibawahnya kamu tidak menuliskan lagi, kenapa?

S_{1.4.3} : kan kalau sudah dimasukkan tidak ditulis lagi

P_{1.4.4} : ini kan belum dimasukkan, dilangkah ini masih dituliskan x

S_{1.4.4} : oh ya kurang disini

P_{1.4.5} : kemudian apa yang ditanyakan?

S_{1.4.5} : nilai a

P_{1.4.6} : langkah pertama apa yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal itu?

S_{1.4.6} : saya cari turunannya dulu

P_{1.4.7} : turunan dari apa?

- S_{1.4.7} : turunan dari $ax^2 - 9a$ sama turunanya
 $\sqrt{x^2 + 16} - 5$
- P_{1.4.8} : diturunkan terhadap apa? Terhadap x atau a ?
- S_{1.4.8} : yang x nya, x kudrat kan kalau diturunkan jadi $2x$
- P_{1.4.9} : kalau a bagaimana?
- S_{1.4.9} : a nya tidak diturunkan, kan dicari
- P_{1.4.10} : apakah sudah benar turunan dari $ax^2 - 9a$ itu sama dengan $2xa - a$?
- S_{1.4.10} : em...iya Pak kan seperti itu kalau menurunkan
- P_{1.4.11} : kalau bentuk akar turunannya bagaimana?
- S_{1.4.11} : ya gini Pak ini diturunkan jadi gini (sambil menunjukkan $\sqrt{x^2 + 16} - 5$ jadi $\sqrt{12x}$)
- P_{1.4.12} : ini kenapa bisa 12? Sebelumnya kan x^2 ?
- S_{1.4.12} : oh iya Pak salah tulis (sambil tertawa)
- P_{1.4.13} : ini kan ada bentuk akar kenapa tidak dirasionalkan dulu?
- S_{1.4.13} : nggak tahu caranya
- P_{1.4.14} : kenapa tidak menggunakan cara pemfaktoran?
- S_{1.4.14} : karena sudah pakai cara turunan.
- P_{1.4.15} : di lembar jawaban kamu menuliskan $\frac{5a}{\frac{1}{\sqrt{6}}}$, darimana kamu mendapatkan itu?
- S_{1.4.15} : kan $5a = \frac{5a}{1}$ trus $\frac{\sqrt{6}}{1}$ trus saya kalikan jadi gini $5a\sqrt{6}$
- P_{1.4.16} : yang terakhir tadi diketahui nilai limitnya adalah 10, di lembar jawabanmu sudah tidak ada lagi = 10, kenapa?
- S_{1.4.16} : oh iya Pak kurang (sambil tertawa)
- P_{1.4.17} : saya ulangi lagi, dari soal ini yang ditanyakan apa? Apakah nilai limit atau nilai a ?
- S_{1.4.17} : nilai a
- P_{1.4.18} : kalau begitu nilai a yang dicari berapa?
- S_{1.4.18} : ini Pak (sambil menunjuk $5a\sqrt{6}$)...oh iyah Pak, saya bingung
- P_{1.4.19} : ya sudah cukup sekian dulu, terima kasih ya waktunya.

Berdasarkan petikan wawancara $S_{1.4.16} - S_{1.4.17}$ tersebut, S_1 dapat menyatakan yang diketahui dan yang ditanyakan akan tetapi dalam proses mengerjakan S_1 mengabaikan hal tersebut. Selanjutnya adalah kesalahan menentukan dan penggunaan rumus yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut seperti pada petikan wawancara $S_{1.4.6} - S_{1.4.12}$. Kesalahan-kesalahan yang lain dalam mengerjakan soal nomor 4 sama dengan kesalahan-kesalahan yang terjadi di soal-soal sebelumnya.

Dengan membandingkan data hasil tes dengan hasil wawancara, maka dapat disimpulkan bahwa S_1 mengalami hambatan epistemologis, yakni pengetahuan seseorang yang terbatas pada konteks tertentu ketika S_1 dihadapkan pada situasi yang berbeda S_1 mengalami kesulitan dan kesalahan. Hal itu dapat terlihat ketika S_1 mengerjakan soal nomor 1-3 dengan tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow c}$ sedangkan ketika mengerjakan soal nomor 4, S_1 dapat menuliskan $\lim_{x \rightarrow c}$ meskipun di langkah selanjutnya S_1 kembali melakukan kesalahan serupa. Dari petikan wawancara dapat diketahui bahwa hal tersebut dikarenakan didalam soal nomor 1-3 tidak dituliskan $\lim_{x \rightarrow c}$, akan tetapi ditulis “ $f(x)$ ” dan “saat x mendaki ...”. Sedangkan di soal nomor 1, S_1 dapat menyebutkan definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit akan tetapi ketika dihadapkan pada suatu masalah S_1 tidak dapat menuliskan dan melakukan kesalahan.

Dari analisis tersebut juga menunjukkan bahwa S_1 tidak mengetahui urutan langkah-langkah dalam menentukan nilai limit seperti pada soal nomor 3 dan 4. Maka berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa S_1 mengalami beberapa kesalahan dan kesulitan, diantaranya : kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik operasional.

Tabel 4.1

Identifikasi Hambatan Epistemologis Subyek Pertama (S_1)

Jenis kesalahan	Penyebab kesalahan
Konseptual	Tidak menuliskan definisi limit untuk menentukan nilai konstanta pada soal nomor 1. Siswa menentukan nilai limit tidak menggunakan metode atau cara

	perkalian sekawan dan memfaktorkan. Siswa tidak mengetahui konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$ dalam menyelesaikan soal nomor 1, 2, 3, dan 4.
Prosedural	Siswa melakukan kesalahan ketika menurunkan fungsi $f(x)$ dalam menentukan limit dan nilai a pada soal nomor 3 dan 4.
Teknik Operasional	Siswa tidak menuliskan nilai limit yang sudah diketahui untuk menjawab soal nomor 4, sehingga nilai a tidak dapat ditemukan. Siswa tidak dapat menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pecahan dalam menyelesaikan soal nomor 3.

2. Analisis Kesalahan pada Subjek Kedua (S_2)

Subjek bernama Anggraini Dwi Sa'idah dari kelas XII IPS 2. Berikut adalah hasil kerja dan hasil wawancara dari S_2

Hasil kerja soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k , adapun jawaban yang diberikan oleh S_2 pada saat tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut :

Jawaban Uraian

$$\begin{array}{ll}
 1) f(x) \Rightarrow 3x + 2 & f(x) \Rightarrow 5x + k \\
 x \Rightarrow 2 = 8 & x \Rightarrow 2 = 10 + k \\
 = 8 & = 10 + k \\
 = 8 - 10 & = k \\
 = -2 & = k
 \end{array}$$

Gambar 4.5 Jawaban S_2 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tersebut, tampak bahwa kesalahan-kesalahan yang dilakukan S_2 adalah S_2 tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$. Sebenarnya jawaban S_2 benar akan tetapi S_2 tidak menuliskan dan lupa definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit. berikut adalah petikan wawancara dengan S_2

- P_{2.1.10} : ya sudah ini lembar jawabanmu, bagaimana cara mengerjakan soal ini ?
- S_{2.1.10} : itu mencari x nya dulu
- P_{2.1.11} : cara mencari x nya bagaimana?
- S_{2.1.11} : emmmm... $3x+2$ ini kan limitnya 2, jadi limit dari 2 ini dimasukkan ke $3x$
- P_{2.1.12} : ini kan limit ya tapi kenapa tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ tapi malah yang dituliskan $f(x)$?
- S_{2.1.12} : (siswa tertawa) emm... dimisalkan hehehe
- P_{2.1.13} : di lembar jawaban kamu menuliskan $3x+2 = 5x+k$, ini darimana?
- S_{2.1.13} : dari ini Pak (sambil menunjuk)
- P_{2.1.14} : coba sebutkan darimana?
- S_{2.1.14} : dari $3x+2$ dan $5x+k$, dari $f(x)$ ini kan $= 3x+2$ dan $5x+k$.
- P_{2.1.15} : alasanmu apa? kenapa bisa menuliskan $3x+2 = 5x+k$? apakah dari melihat jawaban teman atau coba-coba atau bagaimana?
- S_{2.1.15} : (siswa kembali tertawa) dari coba-coba Pak, rumus coba-coba hehe
- P_{2.1.16} : jadi nilai k berapa?
- S_{2.1.16} : k nya ketemu -2
- P_{2.1.17} : selanjutnya yang saya tanyakan, apakah kamu tahu definisi limit?
- S_{2.1.17} : (siswa tersenyum sambil berfikir)
- P_{2.1.18} : tidak apa-apa dijawab saja sebisanya
- S_{2.1.18} : aduuuh...nggak tahu Pak, lupa hehe
- P_{2.1.19} : kalau tentang limit kiri dan limit kanan kamu tahu tidak?
- S_{2.1.19} : tahu tapi lupa..juga hehehe, iya sejak kelas 2 soalnya.

Berdasarkan hasil petikan wawancara S_{2.1.13} — S_{2.1.19} diatas, meskipun jawaban akhir S₂ benar akan tetapi S₂ tidak menuliskan dan tidak dapat menjelaskan definisi suatu fungsi yang memiliki limit, serta berdasarkan pada petikan wawancara S_{2.1.12} S₂ melakukan kesalahan dengan tidak

menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ yang disebabkan kurangnya pemahaman siswa terhadap soal.

Hasil kerja soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S_2 pada soal nomor 2

$$2) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{2x - 3}{2(2)} = \frac{1}{4}$$

Gambar 4.6 Jawaban S_2 pada Soal Nomor 2

Kesalahan yang dilakukan S_2 adalah kembali tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$, meskipun jawaban yang dituliskan sudah benar dengan menggunakan cara turunan, berikut petikan wawancara dengan S_2

$P_{2.2.2}$: kenapa tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$? Tapi yang dituliskan $f(x)$?

$S_{2.2.2}$: (siswa terdiam) em... ini kan soalnya..apa.. diketahui kan $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$

$P_{2.2.3}$: oh begitu, jadi bukan limitnya ya?

$S_{2.2.3}$: (siswa terdiam)

$P_{2.2.4}$: kamu tahu tidak limit itu apa?

$S_{2.2.4}$: mendekati Pak

$P_{2.2.5}$: ya sudah, cara apa yang kamu gunakan untuk menyelesaikan Soal ini?

$S_{2.2.5}$: emm... turunan ya turunan

Berdasarkan petikan wawancara $S_{2.2.2}$ bahwa yang diketahui dalam soal adalah $f(x)$ mendekati 2 bukan $\lim_{x \rightarrow 2}$ dan berdasarkan dari hasil pekerjaan siswa pada soal nomor 4 siswa menuliskan $\lim_{x \rightarrow 3}$, sehingga peneliti menyimpulkan kesalahan S_2 adalah tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ dikarenakan kurangnya pemahaman S_2 terhadap soal, meskipun pada soal nomor 2 sudah terdapat kalimat “saat x mendekati 2”.

Hasil kerja soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S₂

$$\begin{aligned}
 3) f(x) &= \frac{\sqrt{x^2+x+7} - \sqrt{x^2-x+9}}{x^2-1} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}}\right) \cdot \frac{1}{x^2-1}}{\frac{1}{x^2-1}} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}}\right)}{\frac{1}{x^2-1}} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9}}}{\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9} \cdot (x^2-1)}} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9}}}{\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9} \cdot (x^2-1)}} \\
 &= \frac{1-1}{2\sqrt{1} \cdot 2\sqrt{1}} \\
 &= \frac{0}{2 \cdot 2} \\
 &= \frac{0}{4} = 0
 \end{aligned}$$

Gambar 4.7 Jawaban S₂ pada Soal Nomor 3

Berdasarkan dari jawaban tersebut S₂ melakukan kesalahan-kesalahan, diantaranya adalah 1) tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 1}$, 2) kesalahan dalam menyamakan penyebut, 3) melakukan kesalahan dalam menyederhanakan pecahan, 4) tidak melakukan perkalian sekawan, 5) tidak memfaktorkan sebelum mensubstitusikan. Untuk mengetahui kesulitan-kesulitan yang dialami S₂, berikut adalah petikan wawancara dengan S₂

P_{2.3.2} : langkah awal untuk mengerjakan soal ini bagaimana?

S_{2.3.2} : disamakan pe... penyebutnya (siswa agak ragu-ragu)

P_{2.3.3} : setelah penyebutnya sama?

S_{2.3.3} : em... di... (siswa berfikir)... di apakno yo..

P_{2.3.4} : diapakan setelah penyebutnya sudah sama?

S_{2.3.4} : dikurangi Pak ini jawabannya

P_{2.3.5} : apakah itu penyebutnya sudah sama? coba dilihat

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}\sqrt{x^4-2x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}\sqrt{x^4-2x-1}} \quad \text{ini kan belum sama?}$$

S_{2.3.5} : oh iya Pak, bingung menyamakan penyebutnya

- P_{2.3.6} : kalau bentuk pecahan seperti itu bagaimana cara menyederhanakan?
- S_{2.3.6} : itu kan pembagian...jadi bisa dibalik jadi perkalian
- P_{2.3.7} : lalu darimana kamu dapat menuliskan $\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$?
- S_{2.3.7} : dari $x^2 - 1$, kan ini $x^2 - 1 = \frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$
- P_{2.3.8} : kalau cara merasionalkan kamu bisa tidak?
- S_{2.3.8} : (siswa terdiam)..duh piye lali aku..yoknopo Pak kaitane hehehe..
- P_{2.3.9} : ini kan belum sama penyebutnya dan belum dirasionalkan tapi kamu sudah mensubstitusikan, kenapa?
- S_{2.3.9} : emm...soalnya sulit Pak.
- P_{2.3.10} : apa saja cara-cara yang kamu ketahui untuk menentukan nilai limit?
- S_{2.3.10} : menurunkan (siswa ragu-ragu)..apa..turunan
- P_{2.3.11} : setelah itu apa lagi?
- S_{2.3.11} : (siswa terdiam sebentar)...menyamakan variabel..ngetenikiloh Pak (sambil menunjuk)
- P_{2.3.12} : itu merasionalkan dengan perkalian sekawan, apa ada lagi?
- S_{2.3.12} : hanya itu yang saya tahu Pak
- P_{2.3.13} : memfaktorkan tahu tidak?
- S_{2.3.13} : oh iya,..difaktorkan.

Berdasarkan petikan wawancara S_{2.3.2} – S_{2.3.5} tersebut, S₂ mengatakan bahwa langkah pertama yang dilakukan adalah dengan menyamakan penyebutnya, akan tetapi S₂ mensubstitusikan $\lim_{x \rightarrow 1}$ terlebih dulu kemudian menyamakan penyebutnya, adapun proses setelah mensubstitusikan hingga menyamakan penyebutnya S₂ tidak menuliskan. Dalam menyederhanakan bentuk pecahan S₂ melakukan kesalahan dengan merubah bentuk $\frac{1}{x^2-1}$ menjadi bentuk $\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$ serta beberapa kesalahan teknik operasional seperti pada petikan wawancara S_{2.3.7}. Selanjutnya pada petikan wawancara S_{2.3.8} – S_{2.3.13}, S₂ tidak dapat merasionalkan bentuk akar dan S₂ juga

tidak melakukan pemfaktoran karena sudah mensubstitusikan terlebih dahulu.

Hasil kerja soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S_2

$$\begin{aligned}
 & 1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10 \\
 & = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} = 10 \\
 & = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a)(\sqrt{x^2 + 16} + 5)}{x^2 + 16 - 25} = 10 \\
 & = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a)(\sqrt{x^2 + 16} + 5)}{x - 9} = 10 \\
 & = \frac{(a(3)^2 - 9a)(\sqrt{3^2 + 16} + 5)}{3 - 9} = 10 \\
 & = \frac{(9a - 9a)(\sqrt{15 + 5})}{-6} = 10 \\
 & = \frac{0(\sqrt{15 + 5})}{-6} = 10 \\
 & = \frac{0 - 10}{1} = -10
 \end{aligned}$$

Gambar 4.8 Jawaban S_2 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan dari hasil pekerjaan S_2 menunjukkan bahwa S_2 dapat merasionalkan akan tetapi pada soal nomor 3, S_2 melakukan kesalahan baik dalam menjelaskan dan menuliskan. Dari hasil kerja S_2 pada soal nomor 4, S_2 melakukan kesalahan, diantaranya 1) S_2 tidak memfaktorkan sebelum mensubstitusikan, 2) melakukan kesalahan operasional, 3) S_2 melakukan kesalahan fatal yakni karena mensubstitusikan terlebih dulu tanpa memfaktorkan akibatnya nilai yang akan dicari menjadi hilang sehingga S_2 tidak dapat mencari nilai yang dicari. Berikut petikan wawancara dengan S_2

P_{2.4.2} : apa yang diketahui dari soal itu?

S_{2.4.2} : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$

P_{2.4.3} : yang ditanyakan apa?

S_{2.4.3} : itu nilai a

P_{2.4.4} : di lembar jawabanmu untuk soal nomer 4 kamu

- sudah benar menuliskan $\lim_{x \rightarrow 3}$ tapi untuk jawaban soal nomer 1-3 kamu tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 3}$, kenapa?
- S_{2.4.4} : karena disini diketahui limitnya
- P_{2.4.5} : bagaimana langkah pertama yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal ini?
- S_{2.4.5} : itu Pak dikalikan dengan sekawannya
- P_{2.4.6} : lah ini kamu tahu cara perkalian sekawan
- S_{2.4.6} : tahu Pak, kalau ini – disini + (sambil menunjukkan $\frac{ax^2-9a}{\sqrt{x^2+16}-5} \cdot \frac{\sqrt{x^2+16}+5}{\sqrt{x^2+16}+5} = 10$)
- P_{2.4.7} : di lembar jawaban kamu menuliskan $x - 9$, itu darimana?
- S_{2.4.7} : dari... $x^2 + 16 - 25$ kan $16-25 = -9$
- P_{2.4.8} : yang x itu darimana?
- S_{2.4.8} : (dengan suara pelan) kan ini...loh yoopo...(siswa terdiam dan berfikir) oh ya seh oh berarti ini $x^2 - 9$ Pak seharusnya hehehe, salah tulis
- P_{2.4.9} : Apa langkah selanjutnya?
- S_{2.4.9} : limitnya dimasukkan
- P_{2.4.10} : selanjutnya bagaimana?
- S_{2.4.10} : di 10 nya..dari = 10 tadi....pindah ruas
- P_{2.4.11} : yang ruas sebelah kanan jadi apa?
- S_{2.4.11} : ya 0 Pak.
- P_{2.4.12} : ini a sudah tidak kamu tuliskan lagi, kenapa?
- S_{2.4.12} : oh ya a nya ini jadi 0, hehehe (dengan suara pelan)..bingung dewe aku
- P_{2.4.13} : sekali lagi, yang ditanyakan dari soal ini apa? Nilai limit atau nilai a ?
- S_{2.4.13} : a Pak.
- P_{2.4.14} : yang diketahui apa?
- S_{2.4.14} : $\lim_{x \rightarrow 3} = 10$
- P_{2.4.15} : kalau begitu jawabanmu bagaimana?
- S_{2.4.15} : iya Pak salah hehe

Berdasarkan petikan wawancara S_{2.4.13} — S_{2.4.15} tersebut, S₂ dapat menyatakan yang diketahui dan yang ditanyakan akan tetapi dalam proses mengerjakan S₂ mengabaikan hal tersebut.

Hal ini dikarenakan S_2 kurang memahami soal dan S_2 juga tidak melakukan pempfaktoran karena terlebih dulu mensubstitusikan nilai x , seperti pada petikan wawancara $S_{2.4.9}$.

Dengan membandingkan data hasil tes dengan hasil wawancara, maka dapat disimpulkan bahwa S_2 mengalami hambatan epistemologis, yakni pengetahuan seseorang yang terbatas pada konteks tertentu ketika S_2 dihadapkan pada situasi yang berbeda S_2 mengalami kesulitan dan kesalahan. Hal itu dapat terlihat ketika S_2 mengerjakan soal nomor 1-3 dengan tidak menuliskan lim sedangkan ketika mengerjakan soal nomor 4, S_2 siswa tidak melakukan kesalahan seperti itu. Dari petikan wawancara dapat diketahui bahwa hal tersebut dikarenakan didalam soal nomor 1-3 tidak dituliskan lim, akan tetapi ditulis " $f(x)$ " dan "saat x mendakti ...".

Begitu juga dengan kesalahan S_2 dalam mengerjakan soal nomor 4, S_2 dapat merasionalkan bentuk akar akan tetapi S_2 tidak dapat merasionalkan bentuk akar di soal nomor 3, hal ini menunjukkan bahwa situasi yang dihadapi S_2 berbeda dikarenakan soal di nomor 3 perlu penyederhanaan dan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu. Secara tidak langsung S_2 tidak mengetahui urutan langkah-langkah dalam menentukan nilai limit seperti pada soal nomor 3 dan 4. Sedangkan di soal nomor 1, jawaban S_2 benar akan tetapi akan tetapi S_2 tidak dapat menjelaskan dan menuliskan definisi dari sebuah fungsi yang memiliki nilai limit, dan S_2 menjawab secara mencoba-coba.

Tabel 4.2

Identifikasi Hambatan Epistemologis Subyek Kedua (S_2)

Jenis kesalahan	Penyebab kesalahan
Konseptual	Tidak menuliskan definisi limit untuk menentukan nilai konstanta pada soal nomor 1. Siswa menentukan nilai limit tidak menggunakan metode atau cara perkalian sekawan dan pempfaktoran. Siswa tidak mengetahui konsep penulisan lim dalam menyelesaikan soal nomor 1, 2, dan 3.

Prosedural	Siswa melakukan kesalahan saat memfaktorkan dalam menentukan nilai a pada soal nomor 4.
Teknik Operasional	Mengoperasikan a sehingga tidak dapat menentukan nilai a yang dicari. Siswa tidak dapat menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pecahan pada soal nomor 3.

3. Analisis Kesalahan pada Subjek Ketiga (S_3)

Subjek bernama Fajar Fanani dari kelas XII IPA 4. Berikut adalah hasil kerja dan hasil wawancara dari S_3

Hasil kerja soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . adapun jawaban yang diberikan oleh S_3 pada waktu tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut :

Jawaban Uraian

$$1. f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \leq 2 \\ 5x + k, & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3(2) + 2 = \lim_{x \rightarrow 2^+} 5(3) + k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 8 = \lim_{x \rightarrow 2^+} 15 + k$$

$$8 = 15 + k$$

$$k = -7$$

Gambar 4.9 Jawaban S_3 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tersebut, tampak bahwa kesalahan-kesalahan yang dilakukan S_3 adalah S_3 masih menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ setelah mensubstitusikan $\lim_{x \rightarrow 2}$ ke dalam $f(x)$. Kesalahan berikutnya adalah S_2 tidak menuliskan definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit, berikut adalah petikan wawancara dengan S_3

- $P_{3.1.10}$: ya sudah ini lembar jawabannya, bagaimana mengerjakannya?
- $S_{3.1.10}$: pertama mensubstitusikan ini yang $3x+2$ itu disama dengankan sama $f(x)\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 2$ dengan $\lim_{x \rightarrow 2} 5x + k$ itu sama, disama dengankan, trus $\lim_{x \rightarrow 2}$ nya dicoret.

- P_{3.1.11} : kamu bisa menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 2 = \lim_{x \rightarrow 2} 5x + k$ ini darimana?
- S_{3.1.11} : dari....karena diketahui dua ini (sambil menunjukkan $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 \\ 5x + k \end{cases}$)
- P_{3.1.12} : untuk tanda ≤ 2 dan > 2 apakah kamu tahu maksudnya?
- S_{3.1.12} : x nya dimasukkan....emmm....kalau $x > 2$ ya mungkin ya...empat...tiga
- P_{3.1.13} : kamu tahu tidak limit itu apa?
- S_{3.1.13} : (diam sebentar) limit...mendekati
- P_{3.1.14} : selanjutnya, untuk $\lim_{x \rightarrow 2} 3(2) + 2$, apakah penulisan ini sudah benar?
- S_{3.1.14} : belum
- P_{3.1.15} : kalau begitu yang benar bagaimana?
- S_{3.1.15} : seharusnya ini masih $\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 2$
- P_{3.1.16} : oh begitu, selanjutnya untuk $8 = 15 + k$, darimana kamu dapat menuliskan 15?
- S_{3.1.16} : karena x dimasukkan
- P_{3.1.17} : berapa nilai x yang kamu masukkan?
- S_{3.1.17} : 3 Pak
- P_{3.1.18} : kenapa bisa 3?
- S_{3.1.18} : karena ini kan untuk $x > 2$
- P_{3.1.19} : ini kan $\lim_{x \rightarrow 2}$ bukankah seharusnya 2 yang disubstitusikan terhadap x ?
- S_{3.1.19} : (siswa terdiam)
- P_{3.1.20} : baiklah, apakah adek mengetahui tentang definisi dari limit? atau pernah dengar tentang limit kiri dan limit kanan?
- S_{3.1.20} : (siswa terdiam)...emmm..tidak tahu..(dengan suara pelan)

Berdasarkan hasil petikan wawancara S_{3.1.11} – S_{3.1.12} dan S_{3.1.20} diatas, S₃ tidak menuliskan dan tidak dapat menjelaskan definisi suatu fungsi yang memiliki limit, S₃ juga melakukan kesalahan dengan tidak mensubstitusikan $\lim_{x \rightarrow 2}$ ke dalam fungsi $5x + k$ berdasarkan petikan wawancara S_{3.1.19},

serta pada petikan wawancara S_{3.1.20} yang menunjukkan bahwa S₃ tidak mengetahui maksud dari $5x + k$, untuk $x > 2$ dikarenakan S₃ tidak mengetahui definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit, limit kiri dan limit kanan.

Hasil kerja soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S₃

$$\begin{aligned}
 & 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}}}{x^2-1} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{\sqrt{2x-1}}}{2x} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{2x+1}} + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}}{\frac{1}{\sqrt{2x+1}} + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{2x-1}}{\frac{2x}{\sqrt{2x+1}} + \frac{2x}{\sqrt{2x-1}}} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{2x-1} \right) \left(\frac{\sqrt{2x+1}}{2x} + \frac{\sqrt{2x-1}}{2x} \right) \\
 & = \left(\frac{1}{2(1)+1} - \frac{1}{2(1)-1} \right) \left(\frac{\sqrt{2(1)+1}}{2(1)} + \frac{\sqrt{2(1)-1}}{2(1)} \right) \\
 & = \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \\
 & = \left(\frac{1-3}{3} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \\
 & = -\frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \\
 & = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3} \\
 & = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \\
 & = -\sqrt{3} - 1 \\
 & = -(\sqrt{3} + 1)
 \end{aligned}$$

Gambar 4.10 Jawaban S₃ pada Soal Nomor 3

Berdasarkan dari jawaban tersebut S₃ melakukan kesalahan-kesalahan, diantaranya adalah 1) kesalahan dalam penggunaan rumus turunan, 2) tidak menyamakan penyebutnya terlebih dahulu sebelum mensubstitusikan, 3) melakukan kesalahan dalam menyederhanakan pecahan, 4) melakukan kesalahan dalam merasionalkan bentuk akar, 5) tidak memfaktorkan sebelum mensubstitusikan. Untuk mengetahui

kesulitan-kesulitan yang dialami S_3 , berikut adalah petikan wawancara dengan S_3

- P_{3.3.2} : langkah pertama apa yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal ini?
- S_{3.3.2} : pertama saya turunkan dulu
- P_{3.3.3} : bagaimana hasil dari turunannya?
- S_{3.3.3} : jadi gini Pak $\frac{\frac{1}{\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{\sqrt{2x-1}}}{2x}$
- P_{3.3.4} : apakah proses turunan seperti itu sudah benar?
- S_{3.3.4} : (siswa terdiam)...jelas salah (dengan suara pelan)
- P_{3.3.5} : apakah kamu sudah menyamakan penyebutnya?
- S_{3.3.5} : penyebutnya...oh belum
- P_{3.3.6} : kenapa tidak disamakan terlebih dulu?
- S_{3.3.6} : karena itu...itu..(siswa terdiam)
- P_{3.3.7} : kamu tahu tidak cara menyamakan penyebutnya?
- S_{3.3.7} : tahu pak, dikalikan penyebutnya trus dibagi penyebut trus dikalikan pembilang.
- P_{3.3.8} : kalau cara perkalian sekawan tahu tidak caranya?
- S_{3.3.8} : ini..apa ya..dikalikan sesamanya
- P_{3.3.9} : kalau cara memfaktorkan kamu tahu tidak caranya?
- S_{3.3.9} : insyaAllah..
- P_{3.3.10} : ya sudah, nilai limit yang ditanyakan berapa?
- S_{3.3.10} : $-(\sqrt{3} + 1)$

Berdasarkan petikan wawancara dengan S_3 , kesalahan yang mendasar adalah langkah pertama yang dilakukan S_3 untuk mengerjakan soal nomor 3 menggunakan cara turunan, S_3 salah dalam menentukan cara atau rumus turunan dan penggunaan rumus turunan tersebut yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus seperti pada petikan wawancara $S_{3.3.2} - S_{3.3.4}$. Akibatnya ketika S_3 mengalami kesalahan dengan tidak menyederhanakan, tidak menyamakan penyebut, dan tidak merasionalkan terlebih dahulu sebelum mensubstitusikan berdasarkan petikan wawancara $S_{3.3.5} - S_{3.3.6}$. Kemudian kesalahan S_3 yang terakhir adalah tidak menggunakan pemfaktoran seperti pada petikan wawancara $S_{3.3.9}$.

Hasil kerja soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S_3

Jawaban Uraian

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9)}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x+3)(x-3)}{(x^2 + 16)^{1/2} - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x+3)(x-3)}{((x+4)(x+4))^{1/2} - 5}$$

Gambar 4.11 Jawaban S_3 pada Soal Nomor 4

Dari lembar jawaban S_3 dapat diketahui kesalahan-kesalahan yang dilakukan, diantaranya 1) S_3 tidak merasionalkan bentuk akar terlebih dahulu sebelum memfaktorkan, 2) kesalahan dalam memfaktorkan, 3) tidak menuliskan nilai limit yang sudah diketahui, 4) S_3 tidak dapat menyelesaikan soal hingga mendapatkan nilai a yang dicari. Berikut petikan wawancara dengan S_3

P_{3.4.2} : apa yang diketahui dari soal itu?

S_{3.4.2} : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$

P_{3.4.3} : apa yang ditanyakan?

S_{3.4.3} : a nya

P_{3.4.4} : langkah pertama apa yang dilakukan?

S_{3.4.4} : emhh... itu menguraikan $ax^2 - 9a$ dijadikan...
emhh..dikeluarkan a nya difaktorkan a nya
menjadi $a(x+3)(x-3)$

P_{3.4.5} : yang penyebutnya bagaimana?

S_{3.4.5} : yang bawahnya sama difaktorkan juga bisa, nanti
 $x^2 + 16$ dipangkatkan $\frac{1}{2}$ jadinya nantikan
 $((x+4)(x+4))^{1/2}$

P_{3.4.6} : kamu tahu tidak tujuan difaktorkan itu untuk

- apa?
- S_{3.4.6} : biar bisa dicoret Pak
- P_{3.4.7} : kalau bentuk seperti ini $\frac{a(x+3)(x-3)}{((x+4)(x+4))^{1/2}-5}$ mana yang dihilangkan atau dicoret
- S_{3.4.7} : (siswa terdiam)...tidak ada Pak.. (dengan suara pelan)
- P_{3.4.8} : ini kan ada bentuk akar kenapa tidak menggunakan cara perkalian sekawan terlebih dahulu?
- S_{3.4.8} : tidak sampai disitu Pak, belum selesai.

Berdasarkan petikan wawancara S_{3.4.4} — S_{3.4.7} tersebut dapat diketahui bahwa S₃ tidak merasionalkan bentuk akar terlebih dahulu sehingga berakibat kesalahan dalam memfaktorkan dan S₃ tidak dapat menyelesaikan soal tersebut hingga akhir seperti pada petikan wawancara S_{3.4.8}.

Dengan membandingkan data hasil tes dengan hasil wawancara, maka dapat disimpulkan bahwa S₃ mengalami hambatan epistemologis, yakni pengetahuan seseorang yang terbatas pada konteks tertentu ketika S₃ dihadapkan pada situasi yang berbeda S₃ mengalami kesulitan dan kesalahan. Hal itu dapat terlihat ketika S₃ menyelesaikan soal nomor 3 dengan menggunakan rumus turunan, di soal nomor 3 fungsi berbentuk akar dan pecahan yang perlu disederhanakan terlebih dahulu dimana kondisi tersebut tidak sesuai dengan penggunaan rumus turunan. Kemudian kesulitan dan kesalahan S₃ adalah ketika dihadapkan pada soal nomor 1 yang penyelesaiannya membutuhkan suatu argumen atau definisi S₃ mengalami kesulitan dikarenakan pemahaman yang kurang terhadap definisi dari suatu fungsi yang memiliki nilai limit.

Sedangkan kesulitan dan kesalahan S₃ selanjutnya adalah terkait dengan proses penyelesaian dalam menentukan nilai limit, koefisien, dan konstanta, S₃ tidak mengetahui urutan langkah-langkah dalam menentukan nilai limit seperti pada soal nomor 3 dan 4. Yang terakhir kesalahan yang dilakukan S₃ adalah kesalahan teknik operasional. Oleh karena itu S₃ mengalami kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik operasional.

Tabel 4.3
Identifikasi Hambatan Epistemologis Subyek Ketiga (S₃)

Jenis kesalahan	Penyebab kesalahan
Konseptual	Tidak menuliskan definisi limit untuk menentukan nilai konstanta pada soal nomor 1. Siswa menentukan nilai limit tidak menggunakan metode atau cara perkalian sekawan dan memfaktorkan. Siswa melakukan kesalahan dalam penulisan, yaitu siswa menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ setelah mensubstitusikan pada soal nomor 1.
Prosedural	Siswa melakukan kesalahan saat memfaktorkan dalam menentukan nilai a pada soal nomor 4.
Teknik Operasional	Siswa tidak menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pecahan pada soal nomor 3.

4. Analisis Kesalahan pada Subjek Keempat (S₄)

Subjek bernama Kamila Rahma dari kelas XII IPA 4. Berikut adalah hasil kerja dan hasil wawancara dari S₄

Hasil kerja soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . adapun jawaban yang diberikan oleh S₄ pada waktu tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

Jawaban Uraian

$$1. f(x) = \begin{cases} 2x+2, & \text{untuk } x \leq 2 \\ 5x+k, & \text{untuk } x > 2 \end{cases}$$

$$5x+k > 2$$

$$5 \cdot 2 + k > 2$$

$$10 + k > 2$$

$$k > -8$$

Gambar 4.12 Jawaban S_4 pada Soal Nomor 1

Kesalahan yang dilakukan S_4 berdasarkan dari data diatas adalah S_4 tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ dan S_4 juga tidak menuliskan definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit. untuk mengetahui kesulitan S_4 berikut adalah petikan wawancara dengan S_4

- P_{4.1.8} : langkah pertama untuk mengerjakan soal nomor 1 itu bagaimana?
- S_{4.1.8} : eeehh...memakai persamaan $5x + k$, untuk mencari k
- P_{4.1.9} : setelah itu?
- S_{4.1.9} : kemudian disubstitusikan x nya diganti 2 dimasukkan 2
- P_{4.1.10} : jadi kamu menuliskan $5x + k > 2$ ini darimana?
- S_{4.1.10} : dari persamaan Pak
- P_{4.1.11} : kenapa kamu tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$? bukannya ini tadi saat x mendekati 2?
- S_{4.1.11} : biar cepet aja Pak
- P_{4.1.12} : ya sudah, kalau begitu nilai k yang dicari berapa?
- S_{4.1.12} : > -8
- P_{4.1.13} : jadi nilai k berapa?
- S_{4.1.13} : bisa -7 , bisa -6 dan seterusnya
- P_{4.1.14} : oh begitu, sekarang yang saya tanyakan apakah kamu mengerti maksud dari $x \leq 2$ dan $x > 2$?
- S_{4.1.14} : (siswa terdiam)...emhhh...lupa
- P_{4.1.15} : kamu tahu tidak tentang definisi limit?
- S_{4.1.15} : emm...enggak tahu

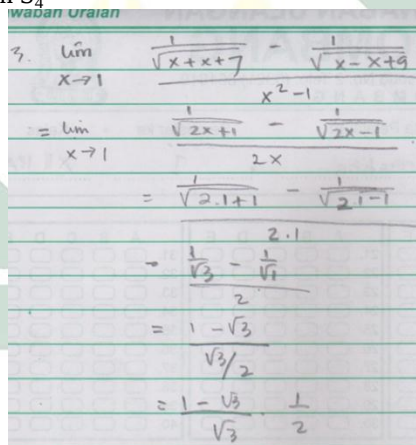
P_{4.1.16} : kamu pernah dengar tidak tentang limit kiri dan limit kanan?

S_{4.1.16} : enggak

Berdasarkan dari petikan wawancara S_{4.1.14} – S_{4.1.16} tersebut tampak bahwa S₄ tidak mengerti tentang definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit, limit kiri dan limit kanan, dan S₄ juga tidak mengerti maksud $x \leq 2$ dan $x > 2$ serta S₄ tidak menuliskan lim seperti pada petikan wawancara S_{4.1.11}.

Hasil kerja soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S₄



$$\begin{aligned}
 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x-x+9}}}{x^2-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{\sqrt{2x-1}}}{2x} \\
 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1 - 1}}}{2 \cdot 1} \\
 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{1}}}{2} \\
 &= \frac{1 - \sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\
 &= \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{2\sqrt{3} - 6}{4 \cdot 3} \\
 &= \frac{2\sqrt{3} - 6}{12} \\
 &= \frac{1}{6}\sqrt{3} - \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.13 Jawaban S_4 pada Soal Nomor 3

Dari hasil pekerjaan S_4 berdasarkan gambar di atas, S_4 menuliskan $\lim_{x \rightarrow 1}$ dengan benar hingga mensubstitusikan. Sedangkan kesalahan yang dilakukan S_4 adalah kesalahan dalam menentukan rumus dan kesalahan dalam penggunaan rumus turunan yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut yang mengakibatkan 1) S_4 tidak menyederhanakan bentuk pecahan sebelum mensubstitusikan, 2) S_4 tidak menyamakan penyebut sebelum mensubstitusikan, 3) S_4 tidak merasionalkan bentuk akar sebelum mensubstitusikan, 4) S_4 tidak memfaktorkan karena sudah melakukan proses turunan. Berikut petikan wawancara dengan S_4 untuk mengetahui kesulitan yang dialami S_4

- P_{4.3.2} : langkah pertama untuk menentukan nilai limit dari soal ini bagaimana ?
- S_{4.3.2} : diturunkan
- P_{4.3.3} : apakah selalu menggunakan cara turunan?
- S_{4.3.3} : ya..ada juga tapi ini..
- P_{4.3.4} : kalau bentuk akar seperti ini bagaimana caranya?
- S_{4.3.4} : pangkatnya ditaruh didepan kemudian menjadi $2x$ trus yang pangkatnya dikurangi Satu
- P_{4.3.5} : kalau bentuk akar apakah memang seperti ini? Bukankah akar juga sebenarnya pangkat ya?
- S_{4.3.5} : (siswa terdiam)..iyah

- P_{4.3.6} : pangkat berapa akar ini ?
 S_{4.3.6} : pangkat setengah
 P_{4.3.7} : jadi apakah sudah benar cara yang kamu gunakan?
 S_{4.3.7} : bisa jadi hehehe
 P_{4.3.8} : setelah kamu turunkan selanjutnya bagaimana?
 S_{4.3.8} : pertama itu diturunkan kemudian x nya itu langsung disubstitusikan
 P_{4.3.9} : setelah itu bagaimana?
 S_{4.3.9} : kemudian hasilnya itu $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$, ini kan pembagian
 Kalau pembagian kan dibalik kemudian dirasionalkan
 P_{4.3.10} : kenapa tidak disederhanakan dan disamakan dulu penyebutnya sebelum disubstitusikan?
 S_{4.3.10} : emmhh....biyar cepat disubstitusikan terlebih dulu
 P_{4.3.11} : kenapa tidak dikalikan dengan sekawan terlebih dulu sebelum mensubstitusikan?
 S_{4.3.11} : emmhh...biyar praktis aja Pak, setelah itu dirasionalkan dan disamakan penyebutnya.
 P_{4.3.12} : oh begitu, berapa nilai limit yang dicari?
 S_{4.3.12} : jadi hasilnya itu $\frac{1}{6}\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

Berdasarkan petikan wawancara S_{4.3.9} – S_{4.3.11} dengan S₄ tampak bahwa sebenarnya S₄ dapat menyederhanakan bentuk pecahan, dapat menyamakan penyebut dan dapat merasionalkan akan tetapi S₄ melakukan kesalahan dengan menggunakan cara turunan dan langsung mensubstitusikan yang berakibat urutan langkah-langkah penyelesaian terhadap soal nomor 3 tidak tepat sehingga jawaban yang dihasilkan pun salah seperti pada petikan wawancara S_{4.3.3} – S_{4.3.7}.

Hasil kerja soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S₄

$$\begin{aligned}
 &1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{x^2 + 16 - 5} = 10 \\
 &\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2ax - 9}{2x} = 10 \\
 &\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2a \cdot 3 - 9}{2 \cdot 3} = 10 \\
 &\frac{6a - 9}{6} = 10 \\
 &6a - 9 = 10 \cdot 6 \\
 &6a - 9 = 60 \\
 &6a = 60 + 9 \\
 &a = \frac{60 + 9}{6} \\
 &a = \frac{69}{6} \\
 &a = \frac{23}{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.14 Jawaban S_4 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan lembar jawaban S_4 pada gambar diatas, kesalahan yang dilakukan S_4 sama seperti kesalahan yang dilakukan pada soal nomor 3, yakni kesalahan dalam menentukan rumus dan kesalahan dalam penggunaan rumus turunan yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut yang mengakibatkan 1) S_4 tidak merasionalkan bentuk akar sebelum mensubstitusikan, 2) S_4 tidak memfaktorkan karena sudah melakukan proses turunan. Berikut petikan wawancara dengan S_4 untuk mengetahui kesulitan yang dialami S_4

- P_{4.4.2} : apa yang diketahui dari soal itu?
 S_{4.4.2} : emmhh..hasil limitnya, limitnya 10
 P_{4.4.3} : Yang ditanyakan apa?
 S_{4.4.3} : nilai a
 P_{4.4.4} : langkah apa yang dilakukan untuk mengerjakan soal ini mbak?
 S_{4.4.4} : diturunkan
 P_{4.4.5} : oh langsung diturunkan, ini diturunkan terhadap x atau a ?
 S_{4.4.5} : terhadap a , hasilnya $2ax - 9$ ini kan diturunkan dari $ax^2 - 9a$ Pangkatnya kan ditaruh didepan kemudian pangkatnya dikurangi satu
 P_{4.4.6} : apakah proses turunan seperti itu sudah benar?
 S_{4.4.6} : emmhh.. enggak tahu Pak

- P_{4.4.7} : Setelah diturunkan kemudian bagaimana?
 S_{4.4.7} : lalu disubstitusikan 3 nya diamsukkan ke x
 P_{4.4.8} : ini kan bentuk akar kenapa tidak dirasionalkan?
 S_{4.4.8} : emmhh..yah pakai cara lain aja
 P_{4.4.9} : cara-cara menentukan nilai limit itu apa saja yang kamu ketahui ?
 S_{4.4.9} : turunan, pemfaktoran,...itu aja
 P_{4.4.10} : tapi kamu tidak menggunakan pemfaktoran untuk menjawab soal ini?
 S_{4.4.10} : (siswa terdiam)..ini kan sudah diketahui nilai limitnya 10 jadi tinggal mengalikan
 P_{4.4.11} : yang terakhir, jadi nilai a yang dicari berapa?
 S_{4.4.11} : $\frac{5}{3}\sqrt{6} - \frac{3}{2}$

Berdasarkan petikan wawancara S_{4.4.4} — S_{4.4.6} tersebut menunjukkan bahwa S₄ seringkali menggunakan cara turunan yang sebenarnya tidak sesuai dengan penyelesaian pada soal nomor 3 dan 4, alasan S₄ menggunakan cara turunan dikarenakan cara tersebut lebih praktis dan cepat sehingga tahap selanjutnya S₄ langsung mensubstitusikan seperti pada petikan wawancara S_{4.4.7} — S_{4.4.10}.

Dengan membandingkan data hasil tes dengan hasil wawancara, maka dapat disimpulkan bahwa S₄ mengalami hambatan epistemologis, yakni pengetahuan seseorang yang terbatas pada konteks tertentu ketika S₄ dihadapkan pada situasi yang berbeda, S₄ mengalami kesulitan dan kesalahan. Hal itu dapat terlihat ketika S₄ menyelesaikan soal nomor 3 dan 4 dengan menggunakan rumus turunan, di soal nomor 3 fungsi berbentuk akar dan pecahan yang perlu disederhanakan terlebih dahulu dimana kondisi tersebut tidak sesuai dengan penggunaan rumus turunan, sedangkan soal nomor 4 langkah yang seharusnya dilakukan adalah merasionalkan dan memfaktorkan selanjutnya mensubstitusikan. Kemudian kesulitan dan kesalahan S₄ adalah ketika dihadapkan pada soal nomor 1 yang penyelesaiannya membutuhkan suatu argumen atau definisi S₄ mengalami kesulitan dikarenakan pemahaman yang kurang terhadap definisi dari suatu fungsi yang memiliki nilai limit.

Berdasarkan analisis tersebut S_4 mengalami hambatan terkait dengan proses penyelesaian dalam menentukan nilai limit, koefisien, dan konstanta, S_4 tidak mengetahui urutan langkah-langkah dalam menentukan nilai limit seperti pada soal nomor 3 dan 4. Oleh karena itu S_4 mengalami kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik operasional.

Tabel 4.4
Identifikasi Hambatan Epistemologis Subyek Keempat (S_4)

Jenis kesalahan	Penyebab kesalahan
Konseptual	Tidak menuliskan definisi limit untuk menentukan nilai konstanta. Siswa menentukan nilai limit tidak menggunakan metode atau cara perkalian sekawan dan pemfaktoran. Siswa melakukan kesalahan dalam penulisan, yaitu tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ pada soal nomor 1.
Prosedural	Siswa melakukan kesalahan ketika menurunkan fungsi $f(x)$ dalam menentukan limit dan nilai a pada soal nomor 3 dan 4.
Teknik Operasional	Tidak menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pecahan sebelum mensubstitusikan dalam menyelesaikan soal nomor 3.

5. Analisis Kesalahan pada Subjek Keempat (S_5)

Subjek bernama Rofi Ismail dari kelas XII IPA 4. Berikut adalah hasil kerja dan hasil wawancara dari S_5

Hasil kerja soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . adapun jawaban yang diberikan oleh S_5 pada waktu tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \begin{cases} 3x+2 = -8 \\ 5x+k = 10+k \end{cases} \\
 x \rightarrow 2 \quad & \\
 & 10+k > 2 \\
 & k > -8
 \end{aligned}$$

Gambar 4.15 Jawaban S_5 pada Soal Nomor 1

Kesalahan yang dilakukan S_5 berdasarkan dari data diatas adalah S_5 tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ dan S_5 juga tidak menuliskan definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit. untuk mengetahui kesulitan S_5 berikut adalah petikan wawancara dengan S_5

- $P_{5.1.8}$: langkah pertama yang dilakukan untuk mengerjakan soal ini bagaimana?
 $S_{5.1.8}$: ini...2 disubstitusikan
 $P_{5.1.9}$: selanjutnya setelah disubstitusikan?
 $S_{5.1.9}$: mencari k
 $P_{5.1.10}$: bagaimana caranya?
 $S_{5.1.10}$: ya ini $x > 2$ (dengan suara pelan) $5(2) + k > 2$
 $P_{5.1.11}$: oh begitu, kenapa kamu tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$?
 $S_{5.1.11}$: emhh..kurang Pak
 $P_{5.1.12}$: apakah kamu mengerti maksud dari untuk $x \leq 2$ dan $x > 2$?
 $S_{5.1.12}$: (siswa terdiam)...diatas 2 (dengan ragu-ragu)
 $P_{5.1.13}$: ya sudah, kalau begitu nilai k yang dicari berapa?
 $S_{5.1.13}$: k nya diatas -8
 $P_{5.1.14}$: lebih dari -8 ya? Jadi nilai k berapa yang tepat?
 $S_{5.1.14}$: emh...bisa $-9 -10$
 $P_{5.1.15}$: kamu tahu tidak tentang definisi limit? atau tentang limit kiri dan limit kanan pernah dengar tidak?
 $S_{5.1.15}$: emh...belum tahu Pak
 $P_{5.3.1}$: ya sudah seakarang tolong kamu bacakan saol nomer 3!

Berdasarkan dari petikan wawancara tersebut tampak bahwa S_5 tidak mengerti tentang definisi dari suatu fungsi yang memiliki limit, limit kiri dan limit kanan, dan S_5 juga tidak mengerti maksud $x \leq 2$ dan > 2 serta S_5 tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$.

Hasil kerja soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S_5

$$\begin{aligned}
 & 3) \frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}} \\
 & \quad \quad \quad x^2 - 1 \\
 & = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \\
 & \quad \quad \quad 2x \\
 & = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{1}} \\
 & = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 \right) \\
 & = \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \\
 & = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.16 Jawaban S_5 pada Soal Nomor 3

Dari hasil pekerjaan S_4 berdasarkan gambar di atas, S_5 menuliskan $\lim_{x \rightarrow 1}$ dengan benar hingga mensubstitusikan. Sedangkan kesalahan yang dilakukan S_5 adalah kesalahan dalam menentukan rumus dan kesalahan dalam penggunaan rumus turunan yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut yang mengakibatkan 1) S_5 tidak menyederhanakan bentuk pecahan sebelum mensubstitusikan, 2) S_5 tidak menyamakan penyebut sebelum mensubstitusikan, 3) S_5 tidak merasionalkan bentuk akar sebelum mensubstitusikan, 4) S_5 tidak memfaktorkan karena sudah melakukan proses turunan, dan 5) kesalahan teknik

operasional. Berikut petikan wawancara dengan S₅ untuk mengetahui kesulitan yang dialami S₅

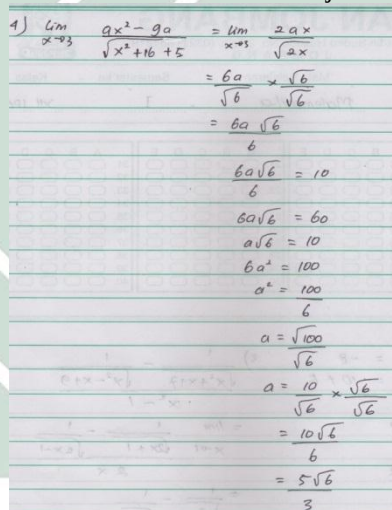
- P_{5.3.2} : langkah pertama apa yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal ini?
- S_{5.3.2} : (siswa terdiam)
- P_{5.3.3} : kenapa? Lupa dengan jawabannya?
- S_{5.3.3} : iya Pak
- P_{5.3.4} : ya sudah ini lembar jawabanmu, langkah pertama bagaimana ?
- S_{5.3.4} : ini diturunkan terlebih dahulu
- P_{5.3.5} : apakah turunan bentuk akar seperti ini?
- S_{5.3.5} : (siswa terdiam) emmhh.. enggak
- P_{5.3.6} : ini kan penyebutnya berbeda, kenapa tidak disamakan terlebih dulu penyebutnya?
- S_{5.3.6} : (siswa terdiam)...supaya lebih mudah
- P_{5.3.7} : soal ini kan juga bentuk akar, kenapa tidak merasionalkan bentuk akar terlebih dulu?
- S_{5.3.7} : (siswa terdiam)
- P_{5.3.8} : apakah kamu tahu cara merasionalkan itu bagaimana?
- S_{5.3.8} : emh.. dikalikan sekawan Pak
- P_{5.3.9} : cara-cara menentukan nilai limit itu apa saja yang kamu ketahui ?
- S_{5.3.9} : dikalikan sekawan, turunan dan pemfaktoran
- P_{5.3.10} : tapi kamu tidak menggunakan pemfaktoran untuk menjawab soal ini?
- S_{5.3.10} : karena sudah diturunkan Pak
- P_{5.3.11} : coba jelaskan langkah-langkah yang kamu gunakan dalam mengerjakan soal itu lagi?
- S_{5.3.11} : diturunkan dulu kemudian disubstitusikan
- P_{5.3.12} : jadi berapa nilai limit yang dicari?
- S_{5.3.12} : $\frac{2-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$

Berdasarkan petikan wawancara dengan S₅, kesalahan yang mendasar adalah langkah pertama yang dilakukan S₅ dalam mengerjakan soal nomor 3 dengan menggunakan cara turunan, S₅ salah dalam menentukan cara atau rumus turunan

dan penggunaan rumus turunan tersebut yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus. Akibatnya ketika S_5 mengalami kesalahan dengan tidak menyederhanakan, tidak menyamakan penyebut, tidak merasionalkan, dan tidak memfaktorkan terlebih dahulu sebelum mensubstitusikan. Kemudahan kesalahan S_5 yang terakhir adalah kesalahan dalam mengoperasikan pembagian dan pengurangan pecahan.

Hasil kerja soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S_5



$$\begin{aligned}
 4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2ax}{\sqrt{2x}} \\
 &= \frac{6a}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\
 &= \frac{6a\sqrt{6}}{6} \\
 \frac{6a\sqrt{6}}{6} &= 10 \\
 6a\sqrt{6} &= 60 \\
 a\sqrt{6} &= 10 \\
 6a^2 &= 100 \\
 a^2 &= \frac{100}{6} \\
 a &= \sqrt{\frac{100}{6}} \\
 a &= \frac{10}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\
 &= \frac{10\sqrt{6}}{6} \\
 &= \frac{5\sqrt{6}}{3}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.17 Jawaban S_5 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan lembar jawaban S_5 pada gambar diatas, kesalahan yang dilakukan S_5 sama seperti kesalahan yang dilakukan pada soal nomor 3, yakni kesalahan dalam menentukan rumus dan kesalahan dalam penggunaan rumus turunan yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut yang mengakibatkan 1) S_5 tidak merasionalkan bentuk akar sebelum mensubstitusikan, 2) S_5 tidak memfaktorkan karena sudah melakukan proses turunan. Berikut petikan wawancara dengan S_5 untuk mengetahui kesulitan yang dialami S_5

- P_{5.4.2} : apa yang diketahui dari soal itu?
 S_{5.4.2} : $\lim_{x \rightarrow 3} = 10$
 P_{5.4.3} : apa yang ditanyakan?
 S_{5.4.3} : nilai a
 P_{5.4.4} : bagaimana langkah pertama dalam mengerjakan soal ini?
 S_{5.4.4} : sama kayak nomer 3, diturunkan dulu kemudian disubstitusikan
 P_{5.4.5} : mengapa tidak merasionalkan terlebih dahulu bentuk akarnya ini?
 S_{5.4.5} : (siswa terdiam)...yah lebih praktis
 P_{5.4.6} : apakah $ax^2 - 9a$ bisa difaktorkan?
 S_{5.4.6} : bisa
 P_{5.4.7} : kenapa tidak difaktorkan terlebih dahulu?
 S_{5.4.7} : karena sudah diturunkan dan disubstitusikan
 P_{5.4.8} : kalau diturunkan, diturunkan terhadap apa?
 S_{5.4.8} : yah terhadap x
 P_{5.4.9} : apakah proses turunan yang kamu lakukan sudah benar?
 S_{5.4.9} : emmmhh...tidak tahu Pak
 P_{5.4.10} : di lembar jawaban kamu menuliskan $6a^2 = 100$ ini darimana?
 S_{5.4.10} : (siswa terdiam) itu...dikuadratkan untuk menghilangkan akar
 P_{5.4.11} : jadi untuk menghilangkan akar perlu dikuadratkan? Tapi di lembar jawabanmu akarnya muncul lagi?
 S_{5.4.11} : yah...untuk mencari a nya itu kan a nya kuadrat
 P_{5.4.12} : ya sudah, kalau begitu berapa nilai a yang dicari?
 S_{5.4.12} : yah itu $a = \frac{5\sqrt{6}}{3}$

Berdasarkan petikan wawancara dengan S₅ tampak bahwa S₅ seringkali menggunakan cara turunan yang sebenarnya tidak sesuai dengan penyelesaian pada soal nomor 3 dan 4, alasan S₅ menggunakan cara turunan dikarenakan cara tersebut lebih praktis dan cepat sehingga tahap selanjutnya S₅ langsung mensubstitusikan.

Dengan membandingkan data hasil tes dengan hasil wawancara, maka dapat disimpulkan bahwa S_5 mengalami hambatan epistemologis, yakni pengetahuan seseorang yang terbatas pada konteks tertentu ketika S_5 dihadapkan pada situasi yang berbeda, S_4 mengalami kesulitan dan kesalahan. Hal itu dapat terlihat ketika S_5 menyelesaikan soal nomor 3 dan 4 dengan menggunakan rumus turunan, di soal nomor 3 fungsi berbentuk akar dan pecahan yang perlu disederhanakan terlebih dahulu dimana kondisi tersebut tidak sesuai dengan penggunaan rumus turunan, sedangkan soal nomor 4 langkah yang seharusnya dilakukan adalah merasionalkan dan memfaktorkan selanjutnya mensubstitusikan. Kemudian kesulitan dan kesalahan S_5 adalah ketika dihadapkan pada soal nomor 1 yang penyelesaiannya membutuhkan suatu argumen atau definisi S_5 mengalami kesulitan dikarenakan pemahaman yang kurang terhadap definisi dari suatu fungsi yang memiliki nilai limit.

Berdasarkan analisis tersebut S_5 mengalami hambatan terkait dengan proses penyelesaian dalam menentukan nilai limit, koefisien, dan konstanta, S_5 tidak mengetahui urutan langkah-langkah dalam menentukan nilai limit seperti pada soal nomor 3 dan 4. Oleh karena itu S_5 mengalami kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik operasional.

Tabel 4.5
Identifikasi Hambatan Epistemologis Subyek Kelima (S_5)

Jenis kesalahan	Penyebab kesalahan
Konseptual	Tidak menuliskan definisi limit untuk menentukan nilai konstanta. Siswa menentukan nilai limit tidak menggunakan metode atau cara perkalian sekawan dan pemfaktoran. Siswa melakukan kesalahan dalam penulisan, yaitu tidak menuliskan $\lim_{x \rightarrow 2}$ pada soal nomor 1.
Prosedural	Siswa melakukan kesalahan ketika menurunkan fungsi $f(x)$ dalam

	menentukan limit dan nilai a pada soal nomor 3 dan 4.
Teknik Operasional	Tidak menyamakan penyebut dan tidak menyederhanakan bentuk pecahan sebelum mensubstitusikan dalam menyelesaikan soal nomor 3.

Identifikasi Hambatan Epistimologis

Berdasarkan dari hasil analisis dan identifikasi kesalahan dengan beberapa subjek yang terpilih, dapat disimpulkan hambatan epistimologis yang muncul untuk menyusun desain didaktis. Berikut adalah identifikasi hambatan epistimologis :

1. Hambatan epistimologis konseptual

Hambatan epistimologis konseptual pada konsep limit fungsi aljabar berdasarkan hasil analisis di atas terbagi menjadi beberapa aspek, diantaranya :

- a. Hambatan epistimologis konseptual terkait dengan kesalahan pemahaman konsep definisi limit, limit kiri dan limit kanan
 - b. Hambatan epistimologis konseptual terkait dengan kesalahan konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$ dalam menyelesaikan permasalahan limit fungsi.
 - c. Hambatan epistimologis konseptual terkait dengan kesalahan dan kesulitan siswa dalam menentukan langkah penyelesaian limit fungsi dengan cara yang sesuai dan berurutan.
2. Hambatan epistimologis prosedural terkait dengan kesulitan-kesulitan siswa dalam melakukan proses pemfaktoran dan perkalian sekawan.
 3. Hambatan epistimologis teknik operasional terkait dengan kesulitan dan kesalahan siswa melakukan proses operasional untuk menyederhanakan dan menyamakan penyebut dari suatu fungsi yang berbentuk pecahan.

B. Deskripsi Desain Didaktis Konsep Limit Fungsi Aljabar

Setelah melakukan tes kemampuan responden terhadap kelas XII IPS 2 dan kelas XII IPA 4, diperoleh hambatan epistimologis konsep limit fungsi aljabar di suatu titik. Langkah

selanjutnya yang harus dilakukan adalah membuat suatu desain didaktis yang dapat mengatasi hambatan epistemologis mengenai konsep limit fungsi aljabar.

Dalam pembuatan desain didaktis ini, peneliti mengikuti saran yang dikemukakan oleh Sumardiyono, beberapa saran yang berkaitan dengan hambatan dan kesalahan dalam memecahkan masalah¹, diantaranya :

1. Kenalilah kebiasaan umum yang menghambat pemecahan masalah atau kesalahan-kesalahan yang sering dilakukan dalam usaha memecahkan masalah.
2. Setelah kita mengetahui sumber-sumber ketidakmampuan memecahkan masalah seperti diatas, maka kita perlu mengidentifikasi kesalahan atau hambatan apa saja yang sering dilakukan oleh siswa kita.
3. Beri contoh kepada siswa tentang kesalahan atau hambatan memecahkan masalah. Ini akan sangat baik bila dilakukan berangkat dari jawaban siswa sendiri. Setiap siswa gagal menyelesaikan suatu masalah, upayakan untuk sama-sama mempelajari dimana letak kegagalannya dan bagaimana langkah perbaikan yang perlu dilakukan.
4. Arahkan siswa berfikir sebelum bertindak, termasuk memahami masalah sejelas-jelasnya.

Desain didaktis ini digunakan untuk tiga kali pertemuan. Setiap pertemuan terdapat satu bagian yang dirancang untuk mengatasi beberapa hambatan epistemologis, berikut ini adalah deskripsi rancangan sajian bahan ajar untuk mengatasi hambatan epistemologis konsep limit fungsi aljabar.

1. Pemahaman Konsep Definisi Limit Fungsi Aljabar dan Konsep Penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$ (bagian I)

Selama ini siswa hanya belajar cara menyelesaikan permasalahan tentang limit, siswa tidak diarahkan untuk memahami definisi limit secara benar, sehingga ketika definisi limit tersebut diaplikasikan kedalam permasalahan siswa mengalami hambatan. Dalam bagian pertama desain didaktis

¹ Sumardiyono, "Pengertian Problem Solving", diakses dari <http://p4tkmatematika.org/2011/03/pengertian-dasar-problem-solving/>, pada tanggal 13 desember 2014

ini menggunakan model pembelajaran *discovery learning* dengan metode diskusi dan tanya jawab.

Model pembelajaran *discovery* (penemuan) adalah model mengajar yang mengatur pengajaran sedemikian rupa sehingga anak memperoleh pengetahuan yang sebelumnya belum diketahuinya itu tidak melalui pemberitahuan, sebagian atau seluruhnya ditemukan sendiri². Model tersebut dirasa sangat baik karena siswa dapat menemukan sendiri konsep pendekatan kiri dan pendekatan kanan serta siswa dapat memahami dengan benar tentang konsep penulisan lim, kapan harus menuliskan symbol tersebut dan kapan menghilangkannya.

Model pembelajaran *discovery* merupakan suatu model pengajaran yang menitikberatkan pada aktifitas siswa dalam belajar. Dalam proses pembelajaran dengan model ini, guru hanya bertindak sebagai pembimbing dan fasilitator yang mengarahkan siswa untuk menemukan konsep, dalil, prosedur, algoritma dan semacamnya.

Beberapa keuntungan belajar *discovery* yaitu: (1) pengetahuan bertahan lama dan mudah diingat; (2) hasil belajar *discovery* mempunyai efek transfer yang lebih baik dari pada hasil lainnya; (3) secara menyeluruh belajar *discovery* meningkatkan penalaran siswa dan kemampuan untuk berpikir bebas. Secara khusus belajar penemuan melatih keterampilan-keterampilan kognitif siswa untuk menemukan dan memecahkan masalah tanpa pertolongan orang lain³.

Beberapa keunggulan metode penemuan juga diungkapkan oleh Suherman, dkk (2001: 179) sebagai berikut⁴:

1. siswa aktif dalam kegiatan belajar, sebab ia berpikir dan menggunakan kemampuan untuk menemukan hasil akhir;

² Suryobroto B. “*Proses Belajar Mengajar*”. (Jakarta : PT. Rineka Cipta 2002). 191

³ Ibid. 193

⁴ Suherman, dkk. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. (Bandung: UPI, 2001). 179

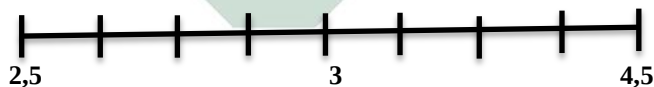
2. siswa memahami benar bahan pelajaran, sebab mengalami sendiri proses menemukannya. Sesuatu yang diperoleh dengan cara ini lebih lama diingat;
3. menemukan sendiri menimbulkan rasa puas. Kepuasan batin ini mendorong ingin melakukan penemuan lagi sehingga minat belajarnya meningkat;
4. siswa yang memperoleh pengetahuan dengan metode penemuan akan lebih mampu mentransfer pengetahuannya ke berbagai konteks;
5. model ini melatih siswa untuk lebih banyak belajar sendiri.

Model pembelajaran *discovery learning* tersebut sangat cocok untuk mengatasi hambatan epistemologis konseptual terkait dengan pemahaman konsep definisi limit fungsi serta konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$ dalam menyelesaikan permasalahan limit fungsi.

Sebagai pengenalan awal siswa terhadap konsep limit diberikan sebuah permasalahan sederhana dan pertanyaan, selanjutnya diberikan sebuah permasalahan nyata yang terdapat pada lembar kerja siswa. Berikut adalah permasalahan sederhana tersebut yang terlampir dalam desain didaktis.

(Sebagai apersepsi untuk mendorong rasa ingin tahu dan berfikir kritis, siswa diajak menemukan konsep limit fungsi aljabar pada suatu masalah sehari-hari).

Guru membuat sebuah garis bilangan sebagai berikut



(guru bertanya kepada beberapa siswa, berapakah bilangan yang mendekati 3? Kemudian siswa tersebut diminta untuk menuliskan bilangan yang disebutkan pada garis bilangan tersebut)

(guru bertanya kembali, apakah masih ada bilangan lain yang mendekati 3? Dapatkah kamu menuliskan semuanya?)

(dengan pemahaman pendekatan nilai tersebut, siswa diarahkan untuk memahami pengertian pendekatan kiri dan pendekatan kanan secara simbolik)

Kesimpulan :

Perhatikan jawaban temanmu, misalkan x sebagai variabel yang menggantikan bilangan-bilangan yang berada disebelah kiri bilangan 3, maka x disebut bilangan yang mendekati 3 dari kiri secara matematika dituliskan $x \rightarrow 3^-$.

1. Bagaimanakah jika dimisalkan x sebagai variabel yang menggantikan bilangan-bilangan yang berada disebelah kanan bilangan 3? Bagaimana penulisan secara matematika?
2. Secara umum kedua jawaban temanmu mendekati 3 bagaimanakah penulisannya secara matematika?

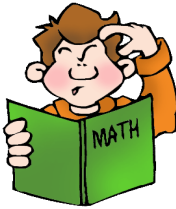
Dengan pemahaman pendekatan nilai diatas, siswa diarahkan untuk memahami pengertian pendekatan kiri dan kanan secara simbolik, yaitu $x \rightarrow 3^-$, $x \rightarrow 3^+$, dan $x \rightarrow 3$

Selanjutnya siswa diberikan suatu permasalahan nyata untuk mencari konsep definisi limit. Berikut adalah permasalahan tersebut yang terlampir dalam lembar kerja siswa.

Perhatikan masalah berikut :



Seekor lebah diamati sedang hinggap di tanah. Pada suatu saat, lebah tersebut diamati terbang membentuk lintasan parabola. Setelah terbang selama 1 menit, lebah tersebut telah mencapai ketinggian maksimum sehingga ia terbang setinggi 5 meter selama 1 menit. Pada menit berikutnya, lebah tersebut terbang menukik lurus ke tanah sampai mendarat kembali pada akhir menit ketiga.

Diskusikan dengan teman dalam kelompokmu !

Dari model fungsi lintasan lebah tersebut, dapatkah kamu menunjukkan ketinggian terbang lebah tersebut saat mendekati menit ke-1 dan menit ke-2? Selidikilah ketinggian lebah saat mendekati menit ke-1 dan ke-2 berdasarkan nilai pendekatan (limit) !

Berdasarkan dari permasalahan tersebut siswa akan menyelesaikan permasalahan dengan diberikan bantuan-bantuan agar siswa dapat memahami konsep limit dan menyimpulkan sendiri definisi dari limit fungsi aljabar, berikut adalah langkah-langkah penyelesaian serta bantuan yang terdapat pada lembar kerja siswa

Tabel nilai pendekatan $y = f(t)$ pada saat $t = 1$

T	0,8	0,9	0,99	0,999	..	1	..	1,001	1,01	1,1	1,2	1,3
$f(t)$		4,95			..		..					

Tabel nilai pendekatan $y = f(t)$ pada saat $t = 2$

T	1,9	1,99	1,999	..	2	..	2,001	2,01	2,1	2,2
$f(t)$			5	..		..				

Untuk mencermati tabel tersebut terlebih dahulu lengkapilah tabelnya

Petunjuk pengisian tabel

- Perhatikan kembali model fungsi lintasan lebah yang telah kamu dapatkan, lihat tanda $.. \leq t < ..$
- Misalkan kita ambil $t = 0,9$ karena $0,9 < 1$ (mendekati 1 dari kiri) maka t berada pada fungsi kuadrat $(-5t^2 + 10t \text{ jika } 0 \leq t < 1)$ sehingga nilai t ($t = 0,9$) disubstitusikan pada fungsi kuadrat
- Contoh :

ambil $t = 0,9$

$$\begin{aligned}
 f(t) &= -5t^2 + 10t \\
 &= -5(0,9)^2 + 10(0,9) \\
 &= -4,05 + 9 \\
 f(t) &= 4,95
 \end{aligned}$$

Setelah siswa menyelesaikan permasalahan tersebut siswa diminta untuk menyimpulkan dari semua yang telah dikerjakan pada lembar kerja siswa.

Definisi

Misalkan : limit kiri adalah $\lim_{t \rightarrow c^-} f(t)$

limit kanan adalah $\lim_{t \rightarrow c^+} f(t)$

dan misalkan L adalah nilai limit dari pendekatan tersebut

Berdasarkan masalah yang kita selesaikan kita telah mengetahui bahwa limit fungsi $f(t)$ memiliki nilai limit L jika dan hanya jika limit kiri = L = limit kanan.

Coba kalian tuliskan definisi limit tersebut secara matematika

Sedangkan untuk mengatasi hambatan epistimologis konseptual terkait dengan konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$ dalam menyelesaikan permasalahan limit fungsi siswa diberikan latihan soal dan siswa diminta untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya.

Berikut adalah soal latihan yang diharapkan untuk mengatasi hambatan epistimologis konseptual terkait dengan konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, siswa diberikan pilihan alternatif jawaban dan siswa diminta untuk memberikan alasan dari jawaban yang dipilih. Kemudian setelah siswa menyelesaikan nomor 1, siswa diminta untuk menyelesaikan soal nomor 2 yang inti jawabannya adalah aplikasi dari jawaban dan alasan dari pertanyaan sebelumnya.

1. Diketahui penyelesaian dari fungsi $f(x) = \frac{3x+6}{x^2}$ saat x mendekati 2 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{a. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(2)+6}{(2)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12}{4} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{b. } f(x) = \frac{3x+6}{x^2}$$

$$f(2) = \frac{3(2)+6}{(2)^2}$$

$$= \frac{12}{4}$$

$$= 3$$

$$\text{c. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{x^2}$$

$$= \frac{3(2)+6}{(2)^2}$$

$$= \frac{12}{4}$$

$$= 3$$

Dari penyelesaian a, b dan c manakah penyelesaian yang benar? Berikan alasanmu kenapa jawabanmu benar!

2. Berapakah nilai limit dari fungsi $f(x) = \frac{x^2+7}{2x-2}$ saat x mendekati 3? Selesaikan dengan cara substitusi langsung!

Di akhir pembelajaran dan sebagai penutup siswa diberikan tugas atau pekerjaan rumah untuk bahan belajar di rumah, tugas ini bertujuan untuk mengingatkan kembali tentang akar sekawan, memfaktorkan, menyederhanakan dan menyamakan penyebut bentuk pecahan. Tugas tersebut secara tidak langsung adalah untuk mengatasi hambatan epistemologis prosedural terkait dengan prosedur memfaktorkan, mengalikan sekawan, menyederhanakan dan menyamakan penyebut bentuk pecahan.

Berikut adalah soal yang diharapkan mampu untuk mengatasi hambatan epistemologis prosedural terkait dengan prosedur memfaktorkan, mengalikan sekawan, menyederhanakan dan menyamakan penyebut bentuk pecahan yang terdapat pada tugas siswa dan diselesaikan di rumah.

1. Menurutmu apakah yang dimaksud dengan akar sekawan?
2. Dapatkah kamu menentukan akar sekawan dari bentuk-bentuk di bawah ini

$$\text{a. } \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{x-2} = \dots\dots\dots$$

$$\text{b. } \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{x} = \dots\dots\dots$$

$$\text{c. } \frac{\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} = \dots\dots\dots$$

3. Perhatikan bentuk-bentuk di bawah ini!

- a. $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4}$
- b. $\frac{\frac{2}{x^2-4}}{2x-6} - \frac{\frac{3}{x^2+2x-8}}{x-3}$
- c. $\frac{x^2-9}{\frac{2}{x^2-9}} - \frac{1}{x^2-2x-3}$
- d. $\frac{\frac{x-3}{x^2-1}}{\frac{4}{x^2-1}}$
- e. $\frac{\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-1}}{x^2-4}$

Coba kamu faktorkan dan sederhanakan bentuk-bentuk tersebut!

Tugas tersebut akan di presentasikan pada pertemuan selanjutnya dan setiap siswa diminta untuk memberikan tanggapan atau menyampaikan alternatif jawaban yang berbeda.

2. Menemukan metode pemfaktoran dan perkalian sekawan dalam menyelesaikan limit bentuk tak tentu serta mengingat kembali cara menyamakan penyebut dan menyederhanakan bentuk pecahan

Di awal proses pembelajaran dalam pertemuan kedua ini, siswa diminta untuk mempresentasikan tugas sebelumnya, sedangkan siswa lain yang tidak mempresentasikan tugasnya diminta untuk memberikan tanggapan atau menyampaikan alternatif jawaban lain yang berbeda.

Pada bagian kedua ini siswa diarahkan untuk dapat menemukan cara menyelesaikan permasalahan limit bentuk tak tentu dengan cara pemfaktoran dan perkalian sekawan. Pembelajaran didesain dengan model pembelajaran *discovery learning*, dengan metode diskusi kelompok. Model *discovery learning* (penemuan) memiliki beberapa kelemahan, diantaranya membutuhkan waktu belajar yang lebih lama dibandingkan dengan belajar menerima⁵. Untuk mengurangi kelemahan tersebut maka diperlukan bantuan guru. Bantuan guru dapat dimulai dengan mengajukan beberapa pertanyaan dan dengan

⁵ Suherman, dkk. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. (Bandung: UPI, 2001). 181

memberikan informasi secara singkat. Pertanyaan dan informasi tersebut dapat dimuat dalam lembar kerja siswa (LKS) yang telah dipersiapkan oleh guru sebelum pembelajaran dimulai⁶.

Model dan metode tersebut cukup baik bagi siswa, serta disusun sebuah lembar kerja siswa agar siswa dapat menemukan metode perkalian sekawan dan pemfaktoran jika diketahui limit tersebut adalah limit bentuk tak tentu. Adapun lembar kerja siswa tersebut sekaligus untuk mengatasi hambatan epistemologis prosedural terkait prosedur perkalian sekawan dan pemfaktoran.

Diawal bagian LKS siswa diberikan soal yang mudah seperti berikut :

- a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 2)}{(x + 1)}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{8 - x^2} \cdot \sqrt{3x^2 - 4x}}{\sqrt[3]{2x^2 + 3x - 6} \cdot \sqrt[3]{3x + 2}}$

Kemudian siswa diberikan soal yang menghasilkan nilai limit bentuk tak tentu, seperti berikut :

- c. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 2x + 1)}{(x + 1)}$
- d. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$

Untuk menyelesaikan soal tersebut, setiap kelompok mencari informasi di perpustakaan atau internet, kemudian siswa diminta menjawab pertanyaan berikut :

Perhatikan kembali jawaban kalian pada soal bagian c dan d! Bagaimana nilai limit pada soal tersebut? Menurut kalian apakah soal c dan d bisa diselesaikan dengan metode substitusi?

Jelaskan alasannya?



Menurutmu
berapa nilai
dari $\frac{0}{0}$?

6 Ibid.

.....
.....
.....

Disebut apakah nilai limit bagian c dan d ?

Lalu metode apa saja yang tepat untuk menyelesaikan bentuk limit tersebut?

Bagaimanakah cara menyelesaikannya?



.....
.....
.....

Untuk menjawab pertanyaan no 3 tersebut silahkan kalian mencari informasi di perpustakaan atau di internet !

Kemudian kerjakan kembali soal c dan d, sesuai dengan metode yang telah kalian temukan bersama, sehingga nilai limitnya terdefinisi!

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 2x + 1)}{(x + 1)} = \dots$$

=

=

=

=

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} = \dots$$

=

=

=

=

Lembar kerja tersebut diselesaikan dengan diskusi kelompok dan dipresentasikan di depan supaya semua siswa dapat memahami cara menyelesaikan limit bentuk tak tentu. Di akhir pembelajaran dan sebagai penutup siswa diberikan tugas atau pekerjaan rumah untuk bahan belajar di rumah,

tugas tersebut untuk melatih siswa menyelesaikan permasalahan limit bentuk tak tentu.

3. Menentukan langkah atau strategi penyelesaian limit fungsi dengan cara yang sesuai dan berurutan.

Dalam bagian terakhir desain ini adalah untuk mengatasi hambatan epistemologis yang terkait dengan menentukan nilai limit, konstanta, dan koefisien dalam penyelesaian limit fungsi dengan langkah yang sesuai dan berurutan.

Pembelajaran ini di desain dengan model pembelajaran *discovery learning* dan metode diskusi disertai penugasan. Model dan metode ini dipilih karena siswa diharapkan dapat mengamati pola yang ditemukan ketika menyelesaikan permasalahan limit fungsi yang cukup kompleks dan menerapkan kembali pola tersebut terhadap permasalahan lain. Sebelum model pembelajaran *discovery learning* dilaksanakan, pembelajaran diawali dengan presentasi hasil tugas siswa yang sebelumnya telah diberikan.

Dalam pembelajaran ini siswa diminta untuk menyelesaikan lembar kerja siswa secara kelompok, lembar kerja siswa ini bertujuan untuk mengatasi hambatan epistemologis konseptual terkait dengan kesalahan dan kesulitan siswa dalam menentukan langkah penyelesaian limit fungsi dengan cara yang sesuai dan berurutan, di bagian akhir penyelesaian siswa berdiskusi untuk merangkum atau menuliskan kembali pola-pola yang ditemukan ketika proses penyelesaian masalah.

Pada lembar kerja siswa, soal yang diberikan terdapat beberapa bantuan dan pertanyaan-pertanyaan yang bertujuan supaya siswa dapat mengamati pola-pola dan metode yang sesuai dalam menyelesaikan soal tersebut, berikut adalah soal tersebut :

Lengkapilah titik-titik dibawah ini!!

1. Tentukanlah nilai limit dari fungsi $f(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{\sqrt{5x-1}}}{x^2-1}$ saat x mendekati 1!

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1} \dots &= \dots \left[\frac{\dots}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{\dots}{\sqrt{5x-1}} \right] : \frac{\dots}{1} \\
 &= \dots \left[\frac{\dots - \dots}{\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}} \right] \cdot \frac{1}{\dots} \\
 &= \dots \frac{\dots - \dots}{(\dots)\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}} \cdot \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots} \\
 &= \dots \frac{\dots - \dots}{(\dots)\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}(\dots + \dots)} \\
 &= \dots \frac{\dots}{(\dots)\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}(\dots + \dots)} \\
 &= \dots \frac{\dots}{(\dots)\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}(\dots + \dots)} \\
 &= \dots \frac{\dots}{(x+1)(\dots)\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}(\dots + \dots)} \\
 &= \dots \frac{\dots}{(\dots)} \\
 &= \dots \frac{\dots}{(\dots)\sqrt{x^2+3}\sqrt{5x-1}(\dots + \dots)} \\
 &= \dots \frac{\dots}{(\dots)} \\
 &= \frac{(1+1)\sqrt{\dots}\sqrt{\dots}(\sqrt{4}+\sqrt{4})}{3} \\
 &= \frac{3}{\dots} \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

Ingat kembali prosedur menyederhanakan dan menyamakan penyebut dari suatu pecahan!! Perhatikan tahap-tahap penyelesaian disamping!

1. Cara apa yang digunakan terlebih dahulu.....
2. Setelah cara pertama, selanjutnya cara apa yang digunakan.....
3. Dari penyelesaian tersebut apa yang dapat kamu simpulkan.....

2. Jika diketahui $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2-4a}{\sqrt{x^2+16}-5} = 8$ maka tentukanlah nilai a !

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2-4a}{\sqrt{x^2+12}-4} &= 8 \\
 \dots \frac{ax^2-4a}{\sqrt{x^2+12}-4} \cdot \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots} &= 8 \\
 \dots \frac{(ax^2-4a)(\dots) + 4(\dots)}{\dots} &= 8 \\
 \dots \frac{a(\dots)(\dots) + 4a(\dots)}{\dots} &= 8 \\
 \dots a(\dots) + 4a &= 8 \\
 a(\sqrt{\dots + 12}) + 4a &= 8 \\
 a(\sqrt{\dots}) + 4a &= 8 \\
 \dots + 4a &= 8 \\
 a &= \dots
 \end{aligned}$$

Ingat kembali cara-cara dalam menentukan limit fungsi!

Pada penyelesaian disamping cara pertama yang digunakan adalah.....

Setelah cara pertama, cara apa selanjutnya yang digunakan.....

Diskusikan dengan teman kelompokmu kesimpulan dalam menyelesaikan soal disamping!

Kesimpulan

.....

Kemudian, setelah siswa menyelesaikan soal dan melengkapi setiap pertanyaan tersebut, siswa diminta menyelesaikan soal berikut dengan melihat kembali pola-pola dan metode yang sesuai seperti dalam menyelesaikan soal sebelumnya

3. Tentukanlah nilai limit dari fungsi $f(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x+4}} - \frac{1}{\sqrt{14-x}}}{x^2 - 6x + 5}$ saat x mendekati 5 !
4. Jika diketahui $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 7} - 4} = 8$ maka tentukanlah nilai a !

Di akhir lembar kerja siswa, setiap kelompok diminta kembali menuliskan kesimpulan yang didapat setelah menyelesaikan soal-soal tersebut secara berdiskusi.

Berdasarkan hasil pekerjaan kelompokmu apa yang dapat kamu simpulkan? Tuliskan kesimpulanmu pada tabel dibawah ini!

Kesimpulan :

- Jika diketahui suatu permasalahan dengan bentuk seperti pada soal nomor 1 dan 3, apa langkah pertama kali yang kamu gunakan.....setelah itu metode apa yang kamu pilih.....
...
adakah metode yang kedua untuk menyelesaikan masalah tersebut? jika ada, metode apa yang kamu gunakan
- Jika diketahui suatu permasalahan dengan bentuk seperti pada soal nomor 2 dan 4
.....
.....
.....
.....
- Secara umum dalam menyelesaikan permasalahan limit fungsi aljabar, cara pertama yang dilakukan adalah..... Jika limit yang dihasilkan maka menggunakan cara dan
- Jika permasalahan limit fungsi berupa akar,

maka cara yang kamu pilih
sedangkan jika permasalahan limit fungsi
berupa fungsi berpangkat maka cara yang
kamu gunakan kemudian jika
permasalahan limit fungsi berupa akar dan
fungsi berpangkat seperti pada masalah di
atas maka cara yang kamu
gunakan..... kemudian dengan
cara

Dalam mengatasi setiap hambatan epistimologis yang telah teridentifikasi, peneliti menyusun desain didaktis yang didalamnya terdapat langkah-langkah pembelajaran dan bahan ajar, bahan ajar yang dimaksud adalah berupa lembar kerja siswa (LKS1,2, dan 3), serta latihan dan tugas rumah. Adapun desain didaktis yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada lampiran A.5.

C. Deskripsi Hubungan Pedagogis

Hasil pengamatan keterlaksanaan pembelajaran disajikan secara singkat pada tabel 4.6. Untuk mengetahui data hasil observasi dan perhitungan lebih rinci dapat dilihat pada lampiran A.8.

Tabel 4.6
Hasil Pengamatan Keterlaksanaan Desain Didaktis

Uraian	Keterlaksanaan		
	Pertemuan		
	I	II	III
Jumlah indikator	16	11	9
Indikator yang terpenuhi	16	11	9
Presentase keterlaksanaan (%)	100	100	100

Berdasarkan dari tabel 4.6 menunjukkan bahwa setiap langkah pembelajaran terlaksana disetiap pertemuannya dengan presentase keterlaksanaan sebesar 100%, maka keterlaksanaan desain didaktis dalam proses pembelajaran adalah amat baik (AB), kesimpulan tersebut berdasarkan dari tabel kriteria penilaian berikut:

Tabel 4.7 Kriteria Penilaian

PERINGKAT	NILAI
Amat Baik (AB)	$90 < A \leq 100$
Baik (B)	$75 < B \leq 90$
Cukup (C)	$60 < C \leq 75$
Kurang (K)	≤ 60

Sedangkan untuk hasil pengamatan hubungan pedagogis dalam pembelajaran disajikan secara singkat pada tabel 4.7. Untuk mengetahui secara rinci indikator- insikator yang tercapai dapat dilihat pada lampiran A.8 lembar hasil observasi hubungan pedagogis.

Tabel 4.8
Ketercapaian Indikator Hubungan Pedagogis

Uraian	Ketercapaian Indikator			jumlah	Rata rata
	Pertemuan				
	I	II	III		
Jumlah indikator hubungan pedagogis	39	39	39	117	39
Indikator yang terpenuhi	33	31	34	98	32,7
Presentase ketercapaian indikator (%)	84,6	80	87,2	251,8	83,9

Berdasarkan pada tabel 4.7 di atas, hubungan pedagogis yang terjadi pada pertemuan pertama menunjukkan ketercapaian indikator sebesar 84,6 %, untuk pertemuan kedua indikator yang tercapai sebesar 80%, dan pertemuan ketiga sebesar 87,2% indikator yang tercapai, dengan demikian berdasarkan tabel 4.6 dapat disimpulkan bahwa setiap pertemuan menunjukkan hubungan pedagogis yang baik (B). Data pada tabel 4.7 di atas, dari tiga pertemuan menunjukkan presentase rata-rata ketercapaian indikator sebesar 83,9%, sehingga dapat disimpulkan bahwa hubungan pedagogis yang terjadi selama penerapan desain didaktis termasuk dalam kategori baik (B).

D. Deskripsi Hasil Tes Setelah Penerapan Desain Didaktis pada Konsep Limit Fungsi Aljabar

Untuk mengetahui sejauh mana desain didaktis mampu mengatasi beberapa hambatan epistemologis yang telah di uraikan, berikut adalah paparan hasil pembelajaran dengan menggunakan desain didaktis. pembelajaran ini diterapkan kepada siswa kelas XI IPA Q, kelas tersebut belum sama sekali mendapatkan materi limit fungsi aljabar. Kelas XI IPA Q berjumlah 32 siswa, dan siswa yang mengikuti tes akhir berjumlah 28 siswa, 4 siswa berhalangan hadir pada hari tes tersebut.

Tes yang dilakukan bertujuan untuk mengetahui apakah hambatan epistemologis yang teridentifikasi sebelumnya kembali muncul atau tidak, dan mengevaluasi pembelajaran yang telah dilakukan sebelumnya dengan menggunakan desain didaktis. berikut adalah daftar hasil tes untuk seluruh siswa kelas XI IPA 1

Tabel 4.9 Daftar Hasil Tes II Kelas XI IPA 1

No	Nama	H.E 1	H.E 2	H.E 3	H.E 4	H.E 5	H.E 6
1	Afafa Ainur R	—	—	—	—	—	√
2	A. Zaky Mubarak	—	—	—	—	—	—
3	Amelia Nurul F	—	—	—	—	—	—
4	Aunurofiqoh	—	—	—	—	—	—
5	Dinda Ishmatul I	—	—	—	—	—	√
6	Dwi Satria S	—	—	—	—	—	√
7	Evi Fahriani .A S	—	—	—	—	—	—
8	Faiz Aji Mahendra	—	—	—	—	—	—
9	Hizhwah Aqidatul I	—	—	—	—	—	√
10	Ismi Nurul Kartika	—	—	—	—	—	√
11	Kintan N	—	—	—	—	—	—
12	M. Syahril	—	—	—	—	—	—
13	M. Syamsul Arifin	—	—	—	—	—	—
14	Maulidyana K	—	—	—	—	—	√
15	M. Dihkan Naufal	—	—	—	—	—	—
16	M. Syamsuddin	—	—	—	—	—	—
17	Mutia R A	—	—	—	—	—	√
18	Nita Safitri Z	—	—	—	—	—	—
19	Nurani Fitriana	—	—	—	—	—	√
20	Rafi'uddin Ubaidillah	—	—	—	—	—	—
21	Rahmatan Alvinno	—	—	—	—	—	√
22	Ramadion W	—	—	—	—	—	—
23	Salsabila Q	—	—	—	—	—	—
24	Tiara Gadis S	—	—	—	—	—	—

25	Wahyuni Lestari	—	—	—	—	—	—
26	Wiwid Budi P	—	—	—	—	—	—
27	Yuli Maulidywati	—	—	—	—	—	—
28	Ziana Walida	—	—	—	—	—	√

Keterangan :

- H.E 1 : Hambatan epistimologis konseptual terkait dengan kesalahan pemahaman konsep definisi limit, limit kiri dan limit kanan.
- H.E 2 : Hambatan epistimologis konseptual terkait dengan kesalahan konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$ dalam menyelesaikan permasalahan limit fungsi.
- H.E 3 : Hambatan epistimologis konseptual terkait dengan kesalahan dan kesulitan siswa dalam menentukan langkah penyelesaian limit fungsi dengan cara yang sesuai dan berurutan.
- H.E 4 : Hambatan epistimologis prosedural terkait dengan kesulitan-kesulitan siswa dalam melakukan proses pemfaktoran dan perkalian sekawan.
- H.E 5 : Hambatan epistimologis teknik operasional terkait dengan kesulitan dan kesalahan siswa melakukan proses operasional untuk menyederhanakan dan menyamakan penyebut dari suatu fungsi yang berbentuk pecahan.
- H.E 6 : Hambatan epistimologis teknik operasional terkait dengan kesulitan dan kesalahan siswa dalam melakukan operasi bentuk aljabar. hambatan ini adalah hambatan yang baru karena tidak teridentifikasi dalam tes sebelumnya.

Untuk mengetahui gambaran atau deskripsi hasil tes identifikasi hambatan epistimologis yang kedua, berikut adalah hasil tes dari beberapa subjek yang terpilih :

1. Deskripsi Hasil Tes Subjek Pertama (S_1)

Subjek S_1 bernama Nita Safitri Zamhariro, dari 4 soal yang dikerjakan, berikut adalah hasil kerja subjek pertama S_1

Hasil tes S_1 untuk soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . Adapun jawaban yang diberikan

oleh S_1 pada saat tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

$$\textcircled{1} f(x) = \begin{cases} 3x+2, & \text{if } x \leq 2 \\ 5x+2, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

$x \rightarrow 2$ dari kiri

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x+2 = L = \lim_{x \rightarrow 2^+} 5x+2$$

$$3 \cdot 2 + 2 = L = \lim_{x \rightarrow 2^+} 5x+2$$

$$8 = 5 \cdot 2 + 2$$

$$-2 = 2$$

Definisi limit fungsi adalah nilai yang didekati fungsi itu, apabila x mendekati nilai tertentu.
 * Fungsi (x) memiliki 2, jika dan hanya jika limit kiri = limit kanan = 8, maka nilai K yang memenuhi adalah -2

Gambar 4.18 Hasil Tes S_1 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.18 dapat diperoleh bahwa S_1 mengetahui definisi limit dan dapat menuliskan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ atau limit kiri = L = limit kanan, S_1 juga dapat menemukan nilai limit sehingga dapat menentukan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_1 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S_1 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_1 untuk soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S_1 pada soal nomor 2

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

 Dengan cara penfaktoran

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2-1}{2+2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Gambar 4.19 Hasil Tes pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.19 dapat diperoleh bahwa S_1 menggunakan cara yang tepat untuk menentukan nilai limit, yakni dengan cara pemfaktoran, dan S_1 juga memahami tentang konsep penulisan lim, dimana S_1 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_1 untuk soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S_1

$$\textcircled{3} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 7} - \sqrt{x^2 - x + 9}}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 7} - \sqrt{x^2 - x + 9}}{x^2 - 1} \right) \cdot \frac{1}{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 7} - \sqrt{x^2 - x + 9}}{\sqrt{x^2 + x + 7} \sqrt{x^2 - x + 9}} \right) \cdot \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 7} - \sqrt{x^2 - x + 9}}{(x^2 - 1) \sqrt{x^2 + x + 7} \sqrt{x^2 - x + 9}} \cdot \frac{\sqrt{x^2 - x + 9} + \sqrt{x^2 + x + 7}}{\sqrt{x^2 - x + 9} + \sqrt{x^2 + x + 7}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - x + 9) - (x^2 + x + 7)}{(x^2 - 1) \sqrt{x^2 + x + 7} \sqrt{x^2 - x + 9} (\sqrt{x^2 - x + 9} + \sqrt{x^2 + x + 7})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 9 - x^2 - x - 7}{(x^2 - 1) \sqrt{x^2 + x + 7} \sqrt{x^2 - x + 9} (\sqrt{x^2 - x + 9} + \sqrt{x^2 + x + 7})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x + 2}{(x-1)(x+1) \sqrt{x^2 + x + 7} \sqrt{x^2 - x + 9} (\sqrt{x^2 - x + 9} + \sqrt{x^2 + x + 7})}$$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x-1)}{(x-1)(x+1)\sqrt{x^2+x+7}\sqrt{x^2-x+9}(\sqrt{x^2-x+9}+\sqrt{x^2+x+7})} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2}{(x+1)\sqrt{x^2+x+7}\sqrt{x^2-x+9}(\sqrt{x^2-x+9}+\sqrt{x^2+x+7})} \\
 & = \frac{-2}{(1+1)\sqrt{1^2+1+7}\sqrt{1^2-1+9}(\sqrt{1^2-1+9}+\sqrt{1^2+1+7})} \\
 & = \frac{-2}{2\sqrt{9}\sqrt{9}(\sqrt{9}+\sqrt{9})} \\
 & = \frac{-2}{18 \cdot 6} \\
 & = -\frac{2}{108} \\
 & = -\frac{1}{54} //
 \end{aligned}$$

Gambar 4.20 Hasil Tes S₁ pada Soal Nomor 3

Berdasarkan gambar 4.20 dapat diperoleh bahwa S₁ mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan menyederhanakan bentuk pecahan dan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, S₁ dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pempfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai limit, dan S₁ juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$ dimana S₁ mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S₁ untuk soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S₁

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} &= 10 \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} &= 10 \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a)(\sqrt{x^2 + 16} + 5)}{x^2 + 16 - 25} &= 10 \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9)(\sqrt{x^2 + 16} + 5)}{x^2 - 9} &= 10 \\ \lim_{x \rightarrow 3} a(\sqrt{x^2 + 16} + 5) &= 10 \\ a\sqrt{3^2 + 16} + 5a &= 10 \\ a\sqrt{25} + 5a &= 10 \\ 5a + 5a &= 10 \\ 10a &= 10 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

Gambar 4.21 Hasil Tes S_1 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan gambar 4.21 dapat diperoleh bahwa S_1 dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pefaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai koefisien dan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_1 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_1 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

2. Deskripsi Hasil Tes Subjek Kedua (S_2)

Subjek S_2 bernama Tiara Gadis Safitri, dari 4 soal yang dikerjakan, berikut adalah hasil tes S_2

Hasil tes S_2 untuk soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . Adapun jawaban yang diberikan oleh S_2 pada saat tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

1. Diketahui : $f(x) = 3x + 2$, untuk $x \leq 2$
 $5x + k$, untuk $x > 2$
 saat x mendekati 2

Ditanya : berapa nilai k ?

Jawaban : $\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 2 = \text{limit kiri}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} 5x + k = \text{limit kanan}$

Definisi limit $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 2 = \lim_{x \rightarrow 2} 5x + k$
 $8 = 10 + k \rightarrow k = -2$

Gambar 4.22 Hasil Tes S_2 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.22 dapat diperoleh bahwa S_2 mengetahui definisi limit dan dapat menuliskan $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ atau limit kiri = L = limit kanan, S_2 juga dapat menemukan nilai limit sehingga dapat menentukan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_2 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S_2 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_2 untuk soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S_2 pada soal nomor 2

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x+2}$
 $= \frac{2-1}{2+2} = \frac{1}{4}$

Gambar 4.23 Hasil Tes S_2 pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.23 dapat diperoleh bahwa S_2 menggunakan cara yang tepat untuk menentukan nilai limit, yakni dengan cara pefaktoran, dan S_2 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S_2 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S₂ untuk soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S₂

$$\begin{aligned}
 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}} \right] + \frac{1}{x^2-1} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{\sqrt{x^2-x+9} - \sqrt{x^2+x+7}}{\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9}} \right] + \frac{1}{x^2-1} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+9} - \sqrt{x^2+x+7}}{(x^2-1)\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9}} \cdot \frac{\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+x+7}}{\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+x+7}} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-x+9) - (x^2+x+7)}{(x^2-1)\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9} (\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+x+7})} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x+2}{(x^2-1)\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9} (\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+x+7})} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x-1)}{(x+1)(x-1)\sqrt{x^2+x+7} \cdot \sqrt{x^2-x+9} (\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+x+7})} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{(1+1)\sqrt{1^2+1+7} \cdot \sqrt{1^2-1+9} (\sqrt{1^2-1+9} + \sqrt{1^2+1+7})} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{2\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} (\sqrt{9} + \sqrt{9})} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{2 \cdot 9 (3+3)} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{18 \cdot 6} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{108} = -\frac{1}{54}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.24 Hasil Tes S₂ pada Soal Nomor 3

Berdasarkan gambar 4.24 dapat diperoleh bahwa S₂ mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan menyederhanakan bentuk pecahan dan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, S₂ dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pemsfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai limit, dan S₂ juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S₂ mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil Tes S₂ untuk soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S₂

$$\begin{aligned}
 4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a \cdot (\sqrt{x^2 + 16} + 5)}{x^2 + 16 - 25} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a)(\sqrt{x^2 + 16} + 5a)}{x^2 - 9} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9)(\sqrt{x^2 + 16} + a(x^2 - 9)) \cdot 5}{x^2 - 9} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} a\sqrt{x^2 + 16} + 5a &= 10 \\
 a\sqrt{25} + 5a &= 10 \\
 5a + 5a &= 10 \\
 10a &= 10 \\
 a &= 1
 \end{aligned}$$

Gambar 4.25 Hasil Tes S_2 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan gambar 4.25 dapat diperoleh bahwa S_2 dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pemfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai koefisien dan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_2 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_2 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

3. Deskripsi Hasil Tes Subjek Ketiga (S_3)

Subjek S_3 bernama Wiwid Budi, dari 4 soal yang dikerjakan berikut adalah hasil tes subjek S_3

Hasil tes S_3 untuk soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . Adapun jawaban yang diberikan oleh S_3 pada saat tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

$$1. f(u) = \begin{cases} 3u+2 & \forall u \leq 2 \\ 5u+k & u > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{u \rightarrow 2} f(u) = L = \lim_{u \rightarrow 2^-} (3u+2) = 8$$

$$= \lim_{u \rightarrow 2^+} (5u+k) = 10+k$$

$$8 = 10+k$$

$$k = 2$$

Gambar 4.26 Hasil Tes S₃ pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.26 dapat diperoleh bahwa S₃ mengetahui definisi limit dan dapat menuliskan $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ atau limit kiri = L = limit kanan, S₃ juga dapat menemukan nilai limit sehingga dapat menentukan nilai konstanta yang dicari, kemudian S₃ juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S₃ mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S₃ untuk soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S₃ pada soal nomor 2

$$2. f(u) = \frac{u^3 - 3u + 2}{u^2 - 4}$$

$$\lim_{u \rightarrow 2} = \frac{u^3 - 3u + 2}{u^2 - 4}$$

$$\lim_{u \rightarrow 2} = \frac{(u-2)(u^2+2u-1)}{(u-2)(u+2)}$$

$$\lim_{u \rightarrow 2} = \frac{(2-1)}{(2+2)} = \frac{1}{4}$$

Gambar 4.27 Hasil Tes S₃ pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.27 dapat diperoleh bahwa S₃ menggunakan cara yang tepat untuk menentukan nilai limit, yakni dengan cara pemfaktoran, dan S₃ juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S₃ mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S₃ untuk soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S₃

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+2x+7} - \sqrt{x^2-x+9}}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+7}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-x+9}} \right) \div x^2-1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \left(\frac{\sqrt{x^2-x+9} - \sqrt{x^2+2x+7}}{\sqrt{x^2-x+9} \sqrt{x^2+2x+7}} \right) \times \frac{1}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{\sqrt{x^2-x+9} - \sqrt{x^2+2x+7}}{(x^2-1) \sqrt{x^2-x+9} \sqrt{x^2+2x+7}} \times \frac{\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+2x+7}}{\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+2x+7}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{(x^2-x+9) - (x^2+2x+7)}{(x^2-1) \sqrt{x^2-x+9} \sqrt{x^2+2x+7} (\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+2x+7})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{-2(x-1)}{(x-1)(x+1) \sqrt{x^2-x+9} \sqrt{x^2+2x+7} (\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+2x+7})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{-2}{(x+1) \sqrt{x^2-x+9} \sqrt{x^2+2x+7} (\sqrt{x^2-x+9} + \sqrt{x^2+2x+7})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{-2}{(1+1) \sqrt{1^2-1+9} \sqrt{1^2+2+7} (\sqrt{1^2-1+9} + \sqrt{1^2+2+7})}$$

$$= \frac{-2}{2 \sqrt{9} \sqrt{9} (\sqrt{9} + \sqrt{9})}$$

$$= \frac{-2}{2 \cdot 9 \cdot 6} = \frac{-2}{108} = \frac{-1}{54}$$

Gambar 4.28 Hasil Tes S₃ pada Soal Nomor 3

Berdasarkan gambar 4.28 dapat diperoleh bahwa S₃ mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan menyederhanakan bentuk pecahan dan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, S₃ dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pemsfaktorasi dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai limit, dan S₃ juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$ dimana S₃ mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S₃ untuk soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S₃

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 5} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} &= \frac{2ax}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 16}}} = \frac{2ax}{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}}} \\
 &= \frac{2ax \cdot \sqrt{x^2 + 16}}{x} = 2a\sqrt{x^2 + 16} \\
 \lim_{x \rightarrow 5} 2a\sqrt{x^2 + 16} &= 2a\sqrt{5^2 + 16} = 2a\sqrt{25 + 16} = 2a\sqrt{41} \\
 &= 2a \cdot \sqrt{41} = 10a
 \end{aligned}$$

$10a = 10$
 $a = \frac{10}{10}$
 $a = 1$

Gambar 4.29 Hasil Tes S₃ pada Soal Nomor 4

Berdasarkan gambar 4.29 dapat diperoleh bahwa S₃ dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pemfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai koefisien dan nilai konstanta yang dicari, kemudian S₃ juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S₃ mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

4. Deskripsi Hasil Tes Subjek Keempat (S₄)

Subjek S₄ bernama Faiz Aji Mahendra, dari 4 soal yang dikerjakan berikut adalah respon subjek S₄

Hasil tes S₄ untuk soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . Adapun jawaban yang diberikan oleh S₄ pada saat tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

1.) $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & \text{untuk } x \leq 2 \\ 5x+2, & \text{untuk } x > 2 \end{cases}$

$x \rightarrow 2$ dari kiri

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x+2 = L = \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x+k$$

$$3 \cdot 2 + 2 = L = \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x+k$$

$$8 = L = 5 \cdot 2 + k$$

$$-2 = k$$

Definisi limit fungsi adalah nilai yang didekati fungsi itu, apabila x mendekati nilai tertentu.

* Fungsi $f(x)$ memiliki 2, jika dan hanya jika limit kiri = limit kanan = 8, maka nilai k yang memenuhi adalah -2

Gambar 4.30 Hasil Tes S_4 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.30 dapat diperoleh bahwa S_4 mengetahui definisi limit dan dapat menuliskan $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ atau limit kiri = L = limit kanan, S_2 juga dapat menemukan nilai limit sehingga dapat menentukan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_4 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S_4 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_4 untuk soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S_4 pada soal nomor 2

(2) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$

Dengan cara pemfaktoran

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2-1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

Gambar 4.31 Hasil Tes S_4 pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.31 dapat diperoleh bahwa S_4 menggunakan cara yang tepat untuk menentukan nilai limit, yakni dengan cara pemfaktoran, dan S_4 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_4 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_4 untuk soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S_4

$$\begin{aligned}
 & \text{3.) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x^2+x+7} - \sqrt{x^2+x+9}} \cdot \frac{1}{x^2-1} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+7} - \sqrt{x^2+x+9}} \right) \cdot \frac{1}{x^2-1} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2+x+9} - \sqrt{x^2+x+7}}{\sqrt{x^2+x+7} \sqrt{x^2+x+9}} \right) \cdot \frac{1}{x^2-1} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+x+9} - \sqrt{x^2+x+7}}{(x^2-1) \sqrt{x^2+x+7} \sqrt{x^2+x+9}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+x+9} + \sqrt{x^2+x+7}}{\sqrt{x^2+x+9} + \sqrt{x^2+x+7}} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x+9) - (x^2+x+7)}{(x^2-1) \sqrt{x^2+x+7} \sqrt{x^2+x+9} (\sqrt{x^2+x+9} + \sqrt{x^2+x+7})} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x+2}{(x^2-1) \sqrt{x^2+x+7} \sqrt{x^2+x+9} (\sqrt{x^2+x+9} + \sqrt{x^2+x+7})} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x-1)}{(x-1)(x+1) \sqrt{x^2+x+7} \sqrt{x^2+x+9} (\sqrt{x^2+x+9} + \sqrt{x^2+x+7})} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2}{(1+1) \sqrt{1^2+1+7} \sqrt{1^2+1+9} (\sqrt{1^2+1+9} + \sqrt{1^2+1+7})} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2}{2 \sqrt{9} \sqrt{9} (\sqrt{9} + \sqrt{9})} \\
 & = \frac{-2}{18 \cdot 6} \\
 & = \frac{-2}{108} \\
 & = \frac{1}{54}
 \end{aligned}$$

② $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$
 Dengan cara pemfaktoran
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}$

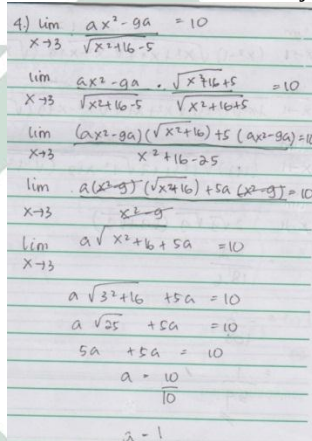
Gambar 4.32 Hasil Tes S_4 pada Soal Nomor 3

Berdasarkan gambar 4.32 dapat diperoleh bahwa S_4 mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan menyederhanakan bentuk pecahan dan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, S_4 dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pemfaktoran dan

mensubstitusikan untuk menentukan nilai limit, dan S_4 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_4 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_4 untuk soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S_4



$$\begin{aligned}
 4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a)(\sqrt{x^2 + 16} + 5)}{x^2 + 16 - 25} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9)(\sqrt{x^2 + 16} + 5a)(x^2 - 9)}{x^2 - 9} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} a\sqrt{x^2 + 16} + 5a &= 10 \\
 a\sqrt{3^2 + 16} + 5a &= 10 \\
 a\sqrt{25} + 5a &= 10 \\
 5a + 5a &= 10 \\
 a &= \frac{10}{10} \\
 a &= 1
 \end{aligned}$$

Gambar 4.33 Hasil Tes S_4 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan gambar 4.33 dapat diperoleh bahwa S_4 dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pemfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai koefisien dan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_4 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_4 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

5. Deskripsi Hasil Tes Subjek Kelima (S_5)

Subjek S_5 bernama Wahyuni Lestari, dari 4 soal yang dikerjakan berikut adalah hasil tes subjek S_5

Hasil tes S_5 untuk soal nomor 1

Pada soal nomor 1 berkaitan dengan definisi limit dalam menentukan nilai k . Adapun jawaban yang diberikan

oleh S_5 pada saat tes, berdasarkan data yang ada pada lembar jawaban adalah sebagai berikut

Handwritten work for Gambar 4.34:

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x \leq 2 \text{ = limit kiri} \\ 5x+k, & x > 2 \text{ = limit kanan} \end{cases}$$

Definisi limit : limit kiri = L = limit kanan

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2^-} 3x+2 = L$$

$$8 = L$$

maka $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x+k = L$

$$10+k = 8$$

$$k = -2$$

Gambar 4.34 Hasil Tes S_5 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.34 dapat diperoleh bahwa S_5 mengetahui definisi limit dan dapat menuliskan $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ atau limit kiri = L = limit kanan, S_5 juga dapat menemukan nilai limit sehingga dapat menentukan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_5 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_5 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_5 untuk soal nomor 2

Pada soal nomor 2, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang bila disubstitusikan secara langsung menghasilkan limit bentuk tak tentu. Berikut adalah lembar jawaban S_5 pada soal nomor 2

Handwritten work for Gambar 4.35:

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x+2}$$

$$= \frac{2-1}{2+2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Gambar 4.35 Hasil Tes S_5 pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.27 dapat diperoleh bahwa S_5 menggunakan cara yang tepat untuk menentukan nilai limit, yakni dengan cara pemfaktoran, dan S_5 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow c}$, dimana S_5 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_5 untuk soal nomor 3

Pada soal nomor 3, soal ini berkaitan dengan menentukan nilai limit dari sebuah fungsi yang berbentuk akar dan bentuk pecahan yang perlu disamakan penyebutnya dan disederhanakan terlebih dahulu. Berikut adalah lembar jawaban S_5

$$\begin{aligned}
 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x^2+8}+7} - \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+9}} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+8}+7} - \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+9}} \right] \cdot \frac{1}{x^2-1} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2-2x+9} - \sqrt{x^2+8}+7)}{(\sqrt{x^2+8}+7) \cdot \sqrt{x^2-2x+9}} \cdot \frac{1}{x^2-1} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2-2x+9} - \sqrt{x^2+8}+7)}{(x^2-1)(\sqrt{x^2+8}+7) \cdot \sqrt{x^2-2x+9}} \cdot \frac{(\sqrt{x^2-2x+9} + \sqrt{x^2+8}+7)}{(\sqrt{x^2-2x+9} + \sqrt{x^2+8}+7)} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-2x+9) - (x^2+8)}{(x^2-1)(\sqrt{x^2+8}+7) \cdot \sqrt{x^2-2x+9} (\sqrt{x^2-2x+9} + \sqrt{x^2+8}+7)} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x+2}{(x^2-1)(\sqrt{x^2+8}+7) \cdot \sqrt{x^2-2x+9} (\sqrt{x^2-2x+9} + \sqrt{x^2+8}+7)} \\
 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x^2+8}+7) \cdot \sqrt{x^2-2x+9} (\sqrt{x^2-2x+9} + \sqrt{x^2+8}+7)} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{(1+1)(\sqrt{1^2+8}+7) \cdot \sqrt{1^2-2 \cdot 1+9} (\sqrt{1^2-2 \cdot 1+9} + \sqrt{1^2+8}+7)} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{2 \sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \cdot (\sqrt{9}+10)} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{2 \cdot 9 \cdot (3+10)} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{18 \cdot 13} \\
 &\Rightarrow \frac{-2}{234} \\
 &\Rightarrow \frac{-1}{117} \\
 &\Rightarrow \frac{1}{54}
 \end{aligned}$$

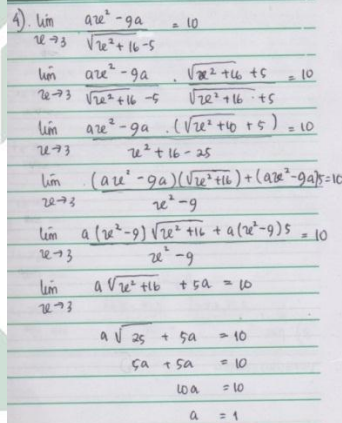
Gambar 4.36 Hasil Tes S_5 pada Soal Nomor 3

Berdasarkan gambar 4.36 dapat diperoleh bahwa S_5 mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan menyederhanakan bentuk pecahan dan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, S_5 dapat memilih cara atau

metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pempfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai limit, dan S_5 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_5 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Hasil tes S_5 untuk soal nomor 4

Pada soal nomor 4, soal ini berkaitan dengan mencari nilai a dari suatu fungsi yang sudah diketahui nilai limit dari fungsi tersebut. Berikut adalah lembar jawaban S_5



$$\begin{aligned}
 4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{x^2 + 16 - 25} \cdot (\sqrt{x^2 + 16} + 5) &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a)(\sqrt{x^2 + 16} + 5a)}{x^2 - 9} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9)(\sqrt{x^2 + 16} + a(x^2 - 9)5)}{x^2 - 9} &= 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} a(\sqrt{x^2 + 16} + 5a) &= 10 \\
 a\sqrt{25} + 5a &= 10 \\
 5a + 5a &= 10 \\
 10a &= 10 \\
 a &= 1
 \end{aligned}$$

Gambar 4.37 Hasil Tes S_5 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan gambar 4.37 dapat diperoleh bahwa S_5 dapat memilih cara atau metode yang sesuai secara berurutan yakni dengan metode perkalian sekawan kemudian pempfaktoran dan mensubstitusikan untuk menentukan nilai koefisien dan nilai konstanta yang dicari, kemudian S_5 juga memahami tentang konsep penulisan $\lim_{x \rightarrow C}$, dimana S_5 mengetahui kapan harus menuliskan dan kapan tidak menuliskannya lagi.

Dari hasil analisis dan deskripsi tersebut, peneliti menyimpulkan bahwa dari 28 siswa yang mengikuti tes akhir setelah penerapan disain didaktis tidak ditemukan hambatan epistemologis yang teridentifikasi sebelumnya. Akan tetapi terdapat 10 siswa yang mengalami hambatan epistemologis

baru. Adapun hambatan epistemologis baru yang teridentifikasi akan dipaparkan pada temuan penelitian.

E. Temuan Penelitian

Dari hasil analisis hambatan epistemologis setelah penerapan desain didaktis terdapat beberapa temuan penting dan mendasar, peneliti menemukan hambatan epistemologis baru yang sebelumnya tidak muncul, hambatan epistemologis yang dimaksud peneliti adalah kesalahan siswa dalam melakukan operasi aljabar. Seperti pada hasil tes S_6 berikut

Hasil tes Subjek Ketiga (S_6)

Subjek S_6 bernama Maulidyna Khoirunnisa', berikut adalah hasil tes subjek S_6 pada soal nomor 4

$$\begin{aligned}
 & \text{A) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10 \\
 & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} = 10 \\
 & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a) \cdot \sqrt{x^2 + 16} + 5}{(x^2 - 9)} = 10 \\
 & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9) \cdot \sqrt{x^2 + 16} + 5}{(x^2 - 9)} = 10 \\
 & \lim_{x \rightarrow 3} a \cdot \sqrt{x^2 + 16} + 5 = 10 \\
 & a \cdot \sqrt{3^2 + 16} + 5 = 10 \\
 & a \cdot \sqrt{25} + 5 = 10 \\
 & a \cdot 5 + 5 = 10 \\
 & 10a = 10 \\
 & a = 1
 \end{aligned}$$

Gambar 4.38 Hasil Tes S_6 pada Soal Nomor 4

Berdasarkan gambar 4.38 terlihat sangat jelas bahwa S_3 melakukan kesalahan saat mengoperasikan perkalian dan pembagian bentuk aljabar (menyederhanakan), kemudian S_6 juga melakukan hal yang sama saat menjumlahkan dua suku yang tidak sejenis (penjumlahan aljabar). untuk mengetahui secara lebih rinci, berikut adalah hasil wawancara dengan S_6

- P_{6.1.4} : Tolong dibaca nomor 4!
- S_{6.1.4} : Jika diketahui $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$, berapakah nilai a ?
- P_{6.1.5} : apa yang diketahui dari soal itu?
- S_{6.1.5} : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$
- P_{6.1.6} : yang ditanyakan apa?
- S_{6.1.6} : itu nilai a
- P_{6.1.7} : bagaimana langkah pertama yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal ini?
- S_{6.1.7} : mengalikan dengan akar sekawan
- P_{6.1.8} : setelah itu langkah apa yang dilakukan?
- S_{6.1.8} : dicari itu...disederhanakan...dicoret
- P_{6.1.9} : dicoret bagaimana?
- S_{6.1.9} : eh, difaktorkan
- P_{6.1.10} : coba perhatikan jawabanmu,
- $$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9)\sqrt{x^2 + 16} + 5}{(x^2 - 9)} = \lim_{x \rightarrow 3} a\sqrt{x^2 + 16} + 5$$
- Apakah cara mencoret atau menyederhanakan yang kamu lakukan itu sudah benar?
- S_{6.1.10} : kalau apa ininya (sambil menunjuk $\frac{a(x^2 - 9)}{(x^2 - 9)}$) seperti ini mungkin sudah benar Pak
- P_{6.1.11} : jadi benar? Sekarang coba kamu lihat jawabanmu a $5 + 5$ menjadi $10a$, apakah benar $5 + 5 = 10a$?
- S_{6.1.11} : soalnya $5+5$ kan sama dengan 10 kalau dikalikan a kan jadinya $10a$
- P_{6.1.12} : oh begitu, sekarang misalkan $a^2 + 2a + a$ berapa?
- S_{6.1.12} : difaktorkan eh $2a + a$ berarti $3a$, $a^2 + 3a$
- P_{6.1.13} : kalau $5a + 5b$ berapa?
- S_{6.1.13} : ndak bisa
- P_{6.1.14} : kalau seperti ini a $5 + 5$ bisa tidak?
- S_{6.1.14} : enggak Pak, beda variabel.

Berdasarkan petikan wawancara S_{6.1.10} – S_{6.1.11}, terlihat bahwa S₆ melakukan kesalahan dalam mengoperasikan bentuk aljabar, akan tetapi pada petikan wawancara S_{6.1.13} – S_{6.1.14}, S₆

menyadari bahwa ia telah melakukan kesalahan dalam mengoperasikan bentuk aljabar, dengan demikian S_6 telah mengalami hambatan epistemologis teknik operasional.

Hasil tes Subjek Ketujuh (S_7)

Subjek S_7 bernama Ziana Walida, berikut adalah hasil tes subjek S_7 pada soal nomor 4

$$\begin{array}{l}
 4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} \times \frac{\sqrt{x^2 + 16} + 5}{\sqrt{x^2 + 16} + 5} \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a) \cdot \sqrt{x^2 + 16} + 5}{(x^2 + 16) - 25} \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(ax^2 - 9a) \cdot \sqrt{x^2 + 16} + 5}{(x^2 - 9)} \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a \cdot \sqrt{x^2 + 16} + 5}{10} \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a \cdot \sqrt{3^2 + 16} + 5}{10} \\
 = \frac{a \cdot \sqrt{25} + 5}{10} \\
 = \frac{a \cdot 5 + 5}{10} \\
 = \frac{a(5 + 1)}{10} \\
 = \frac{a(10)}{10} \\
 10a = 10 \\
 a = \frac{10}{10} \\
 a = 1
 \end{array}$$

Gambar 4.39 hasil tes S_7 pada soal nomor 4

Dari gambar 4.39 hasil tes S_7 menunjukkan kesalahan-kesalahan dalam melakukan operasi aljabar, yakni kesalahan dalam perkalian, pembagian dan penjumlahan bentuk aljabar. Sama halnya dengan hasil tes S_6 yang mengalami hambatan epistemologis baru, hasil tes S_7 juga menunjukkan jawaban akhir yang benar meskipun S_7 melakukan kesalahan dalam proses komputasi. Untuk mengetahui secara mendalam peneliti melakukan wawancara dengan S_7 , berikut adalah hasil wawancara dengan S_7

$P_{7.1.4}$: Tolong dibaca nomor 4 ya!

$S_{7.1.4}$: Jika diketahui $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$, berapakah nilai a ?

$P_{7.1.5}$: apa yang diketahui dari soal itu?

$S_{7.1.5}$: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9a}{\sqrt{x^2 + 16} - 5} = 10$

$P_{7.1.6}$: yang ditanyakan apa?

$S_{7.1.6}$: nilai a nya Pak

$P_{7.1.7}$: bagaimana langkah pertama yang kamu lakukan untuk mengerjakan soal ini?

$S_{7.1.7}$: dikali dengan akar sekawan

$P_{7.1.8}$: kemudian setelah itu bagaimana?

$S_{7.1.8}$: disederhanakan

- P_{7.1.9} : langsung disederhanakan?
 S_{7.1.9} : oh ya difaktorkan dulu
 P_{7.1.10} : coba perhatikan jawabanmu! Ini $\sqrt{x^2 + 16}$ adalah bentuk akar Dan +5 ini kan bukan termasuk bentuk akar, bagaimana $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2-9)\sqrt{x^2+16}+5}{(x^2-9)}$ bisa menjadi $\lim_{x \rightarrow 3} a\sqrt{x^2 + 16} + 5$?
 S_{7.1.10} : emmm... ini kan dicoret Pak yang $(x^2 - 9)$ jadi tinggal $\lim_{x \rightarrow 3} a\sqrt{x^2 + 16} + 5$
 P_{7.1.11} : jadi itu bisa dicoret ya meskipun ada +5 yang bukan berupa bentuk akar?
 S_{7.1.11} : emmm...kayaknya nggak bisa dicoret Pak
 P_{7.1.12} : sekarang coba kamu perhatikan lagi jawabanmu! Coba jelaskan $a 5 + 5$ ini dari mana? Kemudian bagaimana bisa menjadi $a(10)$
 S_{7.1.12} : $a 5 + 5$ ini kan dari $a\sqrt{25} = a 5$, kemudian $a(10)$ ini ya dari a dikalikan 5 lalu ditambah 5
 P_{7.1.12} : jadi menurutmu $a 5 + 5 = a(10)$? Apakah $a 5 + 5$ bisa dijumlahkan?
 S_{7.1.12} : emmmm....ya bisa Pak
 P_{7.1.13} : ya sudah, terima kasih waktunya
 S_{7.1.12} : iya pak, sama-sama.

Berdasarkan petikan wawancara S_{7.1.10} – S_{7.1.11} dan S_{7.1.12} – S_{7.1.12}, menunjukkan bahwa S₇ melakukan kesalahan dalam mengoperasikan bentuk aljabar dan sekaligus tidak memahami operasi bentuk aljabar.

Dari hasil tes S₆ dan S₇ terdapat kesalahan baru yang kesalahan tersebut sebelumnya tidak ditemukan dan tidak diprediksi, maka peneliti menyimpulkan bahwa kesalahan dalam melakukan operasi bentuk aljabar tersebut termasuk dalam jenis hambatan epistemologis teknik operasional.

F. Kelemahan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa kelemahan, yakni beberapa langkah pada tahapan dalam proses pengembangan dan penerapan desain didaktis yang tidak terlaksana, berikut adalah tahapan tersebut:

Tahap 1 : Analisis Situasi Didaktis Sebelum Pembelajaran

1. Membuat prediksi-prediksi mengenai respon siswa yang mungkin muncul pada saat desain didaktis diterapkan dan mempersiapkan antisipasi dari respon siswa yang mungkin muncul.

Pada langkah di atas peneliti tidak membuat prediksi-prediksi respon siswa dan antisipasi dari respon siswa tersebut, dikarenakan desain didaktis yang telah tersusun tidak melalui proses uji coba terlebih dahulu terhadap beberapa subjek percobaan.

Tahap 2 : Analisis Metapedadidaktik

1. Mengaitkan antisipasi yang telah dibuat sebelumnya dengan respon siswa yang terjadi pada saat implementasi desain didaktis.

Peneliti tidak melakukan langkah tersebut disebabkan peneliti sebelumnya juga tidak melakukan langkah membuat prediksi-prediksi mengenai respon siswa yang mungkin muncul pada saat desain didaktis diterapkan dan mempersiapkan antisipasi dari respon siswa yang mungkin muncul, sehingga ketika tahap analisis metapedadidaktik saat penerapan desain didaktis peneliti tidak dapat melakukan analisis respon siswa dengan mengaitkan antisipasi dari respon siswa yang mungkin muncul.

Kelemahan berikutnya adalah terkait dengan pemilihan subjek penelitian, yakni tes identifikasi hambatan epistemologis pertama yang diujikan untuk siswa kelas XII IPA 4 dan XII IPS 2, konsep limit fungsi yang telah didapat oleh siswa kelas XII tersebut diperoleh ketika para siswa tersebut berada di kelas XI sehingga kemungkinan terdapat siswa kelas XII tersebut yang lupa dengan materi limit fungsi aljabar yang telah diajarkan.