

BAB IV HASIL PENELITIAN

Pada bab IV dalam penelitian ini, peneliti akan memaparkan mengenai deskripsi data tentang profil lapisan pemahaman dan *folding back* siswa SMA dalam menyelesaikan soal logaritma ditinjau dari kemampuan matematika. Data dalam penelitian ini diperoleh dari hasil tes pemahaman matematis dan wawancara terhadap empat subjek dari dua kelompok, yakni 2 subjek dari kelompok kemampuan matematika tinggi dan 2 subjek dari kelompok kemampuan matematika sedang. Soal yang disajikan peneliti untuk mengungkap lapisan pemahaman dan *folding back* dalam menyelesaikan soal logaritma berdasarkan kemampuan matematika adalah sebagai berikut:
Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma berikut: -4!

A. Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Siswa Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

Pada bagian ini akan dideskripsikan dan dianalisis data hasil penelitian lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T₁ dan subjek T dalam menyelesaikan soal logaritma.

1. Subjek

a. Deskripsi Data Subjek

Berikut adalah jawaban tertulis subjek T₁:

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > -4 \\ & \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{2} \right)^{-4} \\ & \text{gr: } x^2 - 6x > \left(\frac{1}{2} \right)^{-4} \\ & x^2 - 6x > \frac{1}{2^4} \\ & x^2 - 6x > \frac{1}{16} \\ & x^2 - 6x > 1 \times \frac{1}{16} \\ & x^2 - 6x > \frac{1}{16} \\ & x^2 - 6x - \frac{1}{16} > 0 \quad (+) \\ & (x+2)(x-8) > 0 \\ & x = -2 \quad \vee \quad x = 8 \\ & \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -2 \quad 8 \end{array} \end{aligned}$$

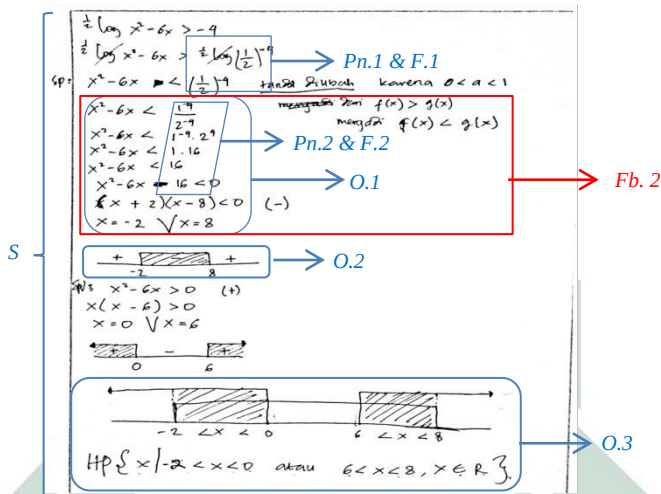
$$\begin{aligned} \text{sw: } x^2 - 6x > 0 \quad (+) \\ & x(x-6) > 0 \\ & x \neq 0 \quad \vee \quad x = 6 \\ & \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 0 \quad 6 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -2 \quad 8 \end{array} \\ & \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 0 \quad 6 \end{array} \\ & \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -2 \quad 8 \end{array} \end{aligned}$$

Himpunan penyelesaian: $x < -2$ atau $x > 8, x \in \mathbb{R}$

Fb. 1

Gambar 4.1
Jawaban Awal Subjek



Gambar 4.2
Jawaban Akhir Subjek T₁

Keterangan Gambar:

- | | | |
|-------------------------------------|----------------------------|--|
| Pn. i | : Property noticing | } i : menunjukkan urutan bentuk level/folding back ke 1, 2, 3, dan seterusnya. |
| F. i | : Formalising | |
| O. i | : Observing | |
| S | : Structuring | |
| Fb. i | : Folding back | |
| — | : Proses lapisan pemahaman | |
| — | : Proses folding back | |

Setelah memperhatikan hasil tes yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2, diketahui bahwa untuk menyelesaikan soal, subjek T₁ tidak menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal. Subjek T₁ langsung mengerjakan langkah-langkah penyelesaian sesuai dengan apa yang telah dipelajari.

Ketika mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$, subjek T_1 terlebih dahulu menjadikan ruas kanan menjadi bentuk persamaan logaritma. Subjek T_1 memanipulasi -4 menjadi bentuk $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Setelah itu, subjek T_1 menghitung nilai dari $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ dan mencari daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan terlebih dahulu. Setelah mendapatkan nilai x pembuat nol yakni $x = -2$ atau $x = 8$, kemudian subjek T_1 menggambarannya pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi.

Setelah syarat pertidaksamaan terselesaikan, subjek T_1 melanjutkan dengan mencari syarat numerusnya (syarat untuk membuktikan nilai $f(x)$ dan $g(x)$ lebih dari nol). Setelah mendapatkan nilai x pembuat nol pada syarat numerus yaitu $x = 0$ atau $x = 6$, subjek T_1 menggambar kembali pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi. Berdasarkan hasil dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus ini, subjek T_1 menentukan himpunan penyelesaian dari soal yaitu $\{x|x < -2, \text{ atau } x > 8, x \in \mathbb{R}\}$. Hasil tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.1. Namun pada Gambar 4.2, subjek T_1 kembali mengerjakan langkah-langkah penyelesaian soal mulai dari awal dan mendapatkan himpunan penyelesaian yang berbeda yaitu $\{x|-2 < x < 0 \text{ atau } 6 < x < 8, x \in \mathbb{R}\}$.

Melihat hasil jawaban tertulis pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2, kemudian dilakukan wawancara untuk mengungkap lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T_1 dalam menyelesaikan soal logaritma. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara subjek T_1 terkait lapisan pemahaman dan *folding back*:

P_{1.1.1}: Apakah kamu paham maksud dari soal ini? Jelaskan!

T_{1.1.1}: Iya paham. Setelah membaca soal, saya disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yang ada yaitu $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$.

P_{1.1.2}: Oke, kalau begitu setelah kamu memahami soalnya tadi, apakah kamu mengingat sesuatu sebelumnya untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

T_{1.1.2}: iya, kemarin saya belajar persamaan logaritma dan rumus-rumus untuk menyelesaikan soal persamaan logaritma dapat membantu saya menyelesaikan soal ini. Saya juga pernah mengerjakan soal yang lebih mudah dan sedikit mirip dengan soal ini.

P_{1.1.3}: Materi matematika apa yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

T_{1.1.3}: Pada bab eksponen dan logaritma. Karena soal ini terdapat pada materi eksponen dan logaritma yang saya dapatkan di semester satu. Tadi sebelum penelitian *kan* saya juga sudah latihan mengerjakan contoh-contoh soal pertidaksamaan logaritma di kelas, jadi untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma saya harus mencari syarat numerus dan syarat pertidaksamaan terlebih dahulu dengan memperhatikan konsep yang berlaku dalam soal. Setelah itu saya gambarkan hasilnya pada garis bilangan.

P_{1.1.4}: Oke, kalau begitu coba jelaskan langkah-langkah seperti apa yang akan kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini?

T_{1.1.4}: (Sambil menunjuk soal dan menjawab) Disini sudah diketahui pertidaksamaan logaritmanya adalah $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Karena ruas kanan belum berbentuk logaritma dan bernilai negatif, jadi nanti harus dimanipulasi dahulu agar menjadi bentuk logaritma dan bernilai positif menggunakan sifat-sifat logaritma. Hal ini dikarenakan syarat untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yaitu $f(x)$ dan $g(x)$ harus lebih dari nol. Setelah itu saya nanti akan mencari syarat pertidaksamaannya. Untuk mendapatkan titik pembuat nolnya, pertidaksamaannya harus difaktorkan terlebih dahulu kemudian mencari daerah penyelesaiannya

pada garis bilangan. Begitupula untuk mendapatkan syarat numerusnya, saya harus menunjukkan bahwa $f(x)$ dan $g(x)$ lebih dari nol dan menggambar daerah penyelesaiannya pada garis bilangan baru. Setelah itu baru saya cari irisannya pada garis bilangan ketiga untuk mendapatkan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritmanya nanti.

(setelah proses mengerjakan soal TPM kira-kira 15 menit, subjek T_1 terlihat membaca kembali jawabannya mulai dari awal kemudian memperbaiki jawabannya tanpa ada intervensi dari luar)

P_{1.1.5}: Oke, apakah terdapat sifat-sifat atau konsep tertentu pada materi sebelumnya yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

T_{1.1.5}: Iya ada. Pada awal saya belajar materi logaritma, dijelaskan banyak sifat-sifat logaritma. Salah satu sifatnya itu ${}^a\log a^n = n$. Saya memilih sifat yang ini untuk mengubah -4 agar menjadi bentuk logaritma dan bernilai positif. Karena di soal nilai bilangan pokoknya $\frac{1}{2}$, sehingga berdasarkan sifat tersebut -4 menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Setelah itu saya selesaikan $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ menggunakan sifat eksponen $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = 1^{-4} \cdot 2^{-4} = 1 \cdot 16 = 16$.

P_{1.1.6}: Apakah kamu yakin konsep matematika dan sifat-sifat yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini dari awal hingga akhir sudah benar? Jelaskan!

T_{1.1.6}: Yakin, karena saya sudah mengoreksi jawaban saya berulang kali. Saya juga sudah melakukan perbaikan dalam penyelesaian soal diantaranya sudah mengerjakan penyelesaian dari awal dan memperbaiki bagian syarat pertidaksamaan yang awalnya salah karena saya tidak menerapkan syarat penyelesaian logaritma. Saya juga sudah memperbaiki hasil himpunan penyelesaiannya.

P_{1.1.7}: Bagaiman cara kamu membuktikan kalau himpunan penyelesaian yang kamu dapatkan itu sudah benar? Jelaskan!

T_{1.1.7}: Guru saya sudah mengajarkan untuk menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma, kita gambar lagi garis bilangan kemudian hasil dari daerah penyelesaian syarat numerus dan syarat pertidaksamaan kita gambar dan kita cari irisannya. Agar lebih mudah, bagian yang memperoleh atap paling banyak pada gambar merupakan himpunan penyelesaiannya. Jadi, berdasarkan gambar saya ini didapat himpunan penyelesaiannya yaitu $-2 < x < 0$ atau $6 < x < 8$ yang dapat ditulis Hp: $\{x | -2 < x < 0 \text{ atau } 6 < x < 8, x \in \mathbb{R}\}$.

P_{1.1.8}: Oke, kamu sudah berhasil mengerjakan soal ini sampai ketemu hasilnya. Misalkan kamu diminta membuat soal baru yang berkaitan dengan soal TPM apakah kamu bisa? Coba kalau bisa jelaskan!

T_{1.1.8}: *Ehmmm*. Ya bisa saja kak, misalkan kita buat soal serupa $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$ dimana simbol pertidaksamaannya yang awalnya lebihdari diganti kurangdari *kan* bisa. Nanti langkah penyelesaiannya sama, tinggal mengikuti syarat-syarat yang berlaku saja. Atau soalnya sama, tetapi angkanya diganti *kan* juga bisa kak. Tetapi soal yang dibuat harus sudah dipastikan bisa diselesaikan terlebih dahulu kak.

P_{1.1.9}: Oke, bagaimana jika kamu diberikan soal yang bentuknya ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Apa yang pertama terlintas dalam pikiranmu?

T_{1.1.9}: (Diam sebentar sambil berpikir) *Oh* iya saya paham. Karena ruas kanan belum berbentuk logaritma seperti soal tadi, $\frac{1}{2}$ saya kalikan ${}^9\log 9$ supaya nanti berbentuk logaritma juga. Jadi, saya memanfaatkan sifat logaritma disini.

P_{1.1.10}: Bagaimana jika kamu disuruh mengerjakan soal ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$, apakah kamu paham akan proses pengerjaannya? Jelaskan!

T_{1.1.10}: Paham kak. Nanti berdasarkan sifat logaritma, $\frac{1}{2}$. ${}^9\log 9$ menjadi ${}^9\log 9^{\frac{1}{2}}$. Setelah itu saya lanjutkan mengerjakan syarat pertidaksamaan dan syarat numerus seperti tadi. Untuk soal ini kan tanda pertidaksamaan pada syarat pertidaksamaannya tidak berubah kak karena bilangan pokoknya lebih dari satu. Kemudian dari syarat numerus dan syarat pertidaksamaan yang dihasilkan, saya cari irisannya pada garis bilangan sehingga didapatkan himpunan penyelesaiannya.

P_{1.1.11}: Kalau boleh disimpulkan kira-kira masalah apa saja yang kamu hadapi ketika menyelesaikan soal? Coba jelaskan!

T_{1.1.11}: Tadi saya mengerjakan mulai dari awal lagi dikarenakan pada pengerjaan awal, saya melupakan syarat-syarat penyelesaian pertidaksamaan logaritma. Ketika saya mengecek kembali jawaban dari awal, saya temukan letak kesalahan pada saat mencari syarat pertidaksamaan karena melupakan syarat-syarat yang berlaku dalam pertidaksamaan logaritma. Karena nilai bilangan pokoknya diantara nol dan satu, maka tanda pertidaksamaan untuk $f(x) > g(x)$ berubah menjadi $f(x) < g(x)$. Saya rasa itu saja kak tadi permasalahannya.

P_{1.1.12}: oke, saya rasa cukup. Terima kasih.

T_{1.1.12}: oke kak sama-sama.

Melihat petikan wawancara di atas, dapat diketahui bahwa subjek T₁ menyebutkan informasi mengenai soal yang disajikan dengan menyebutkan apa yang diketahui dan ditanyakan yaitu subjek disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Subjek menjelaskan tentang pemahaman awal yang dimiliki untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma yaitu dengan

mengingat kembali materi eksponen dan logaritma yang sudah pernah diajarkan ketika semester satu.

Subjek memperhatikan langkah-langkah penyelesaian yang terdapat pada soal-soal sebelumnya baik pada soal persamaan atau pertidaksamaan logaritma. Menurut subjek, langkah-langkah dalam menyelesaikan soal ini yaitu mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus terlebih dahulu kemudian mencari irisan keduanya pada garis bilangan untuk mendapatkan daerah himpunan penyelesaian.

Subjek T_1 menjelaskan bahwa untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Subjek T_1 mengubah -4 agar menjadi bentuk logaritma dan bernilai positif menggunakan sifat-sifat logaritma. Hal ini dikarenakan syarat untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yaitu $f(x)$ dan $g(x)$ harus lebih dari nol. Kemudian subjek T_1 mencari daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya. Setelah daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan dan syarat numerus sudah ditemukan, subjek T_1 mencari irisannya pada garis bilangan baru untuk mendapatkan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma.

Subjek T_1 menjelaskan bahwa untuk mengubah -4 menjadi bentuk pertidaksamaan logaritma, subjek menggunakan sifat logaritma yaitu ${}^a\log a^n = n$ sehingga menjadi $\frac{1}{2}\log \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Kemudian untuk mencari nilai $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$, subjek menggunakan sifat eksponen dimana $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ sehingga $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = 1^{-4} \cdot 2^4 = 16$.

Setelah menyelesaikan soal, subjek T_1 tidak lupa mengoreksi kembali jawabannya dari awal tanpa adanya intervensi dari luar. Subjek T_1 menghitung kembali serta mengoreksi hasil dari setiap langkah penyelesaian berkali-kali kemudian melakukan perbaikan pada bagian syarat pertidaksamaan, daerah pembuat nol pada syarat pertidaksamaan, dan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yang diberikan karena melupakan konsep yang berlaku pada penyelesaian pertidaksamaan logaritma.

Pada Gambar 4.2 juga terlihat bahwa subjek T_1 menyusun langkah penyelesaian secara terstruktur dan sistematis. Subjek terlihat menggunakan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus. Subjek mengaitkan hasil dari syarat numerus dan syarat pertidaksamaan untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma pada soal.

Subjek T_1 dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru yang sederhana berdasarkan soal yang telah diberikan. subjek T_1 membuat contoh soal baru dengan tanda pertidaksamaan yang berbeda misalkan $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Subjek juga dapat menjelaskan langkah-langkah penyelesaian jika menemui soal baru yang berbentuk ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Langkah-langkah untuk menyelesaikan soal tersebut sesuai dengan langkah pengerjaan soal pada tes pemahaman matematis. Subjek T_1 mengubah ruas kanan dengan menggunakan sifat logaritma sehingga $\frac{1}{2}$ menjadi ${}^9\log 9^{\frac{1}{2}}$. Setelah itu, subjek T_1 menyelesaikan soal dengan mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus hingga mendapatkan himpunan penyelesaiannya.

Subjek T_1 menyatakan beberapa kali mengalami permasalahan dalam menyelesaikan tes pemahaman matematis. Ketika subjek T_1 mengecek kembali jawabannya mulai dari awal, subjek T_1 menemukan kesalahan pada saat mencari syarat pertidaksamaan karena melupakan syarat-syarat yang berlaku dalam penyelesaian pertidaksamaan logaritma. Karena nilai bilangan pokoknya $0 < a < 1$ maka tanda pertidaksamaan untuk $f(x) > g(x)$ berubah menjadi $f(x) < g(x)$.

b. Analisis Data Subjek T_1

Melihat hasil deskripsi data di atas, berikut adalah hasil analisis lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T_1 :

1) *Primitive knowing (Pk)*

Deskripsi data dan pernyataan $T_{1.1.1}$ dan $T_{1.1.2}$ di atas menunjukkan bahwa subjek T_1 telah memiliki pemahaman tentang soal, sehingga subjek T_1 dapat menjelaskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, dan yang dimaksud dalam

soal meskipun tidak menuliskannya pada lembar penyelesaian. Subjek T_1 juga dapat menjelaskan pemahaman awal yang dimiliki yaitu tentang rumus-rumus untuk menyelesaikan soal logaritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal TPM.

Hasil analisis di atas menunjukkan bahwa subjek T_1 mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan topik. Subjek T_1 juga mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki, sehingga lapisan pemahaman pertama sudah dapat dicapai dengan baik oleh subjek T_1 .

2) *Image making (Im)*

Deskripsi data dan pernyataan $T_{1.1.3}$ di atas menunjukkan bahwa subjek T_1 dapat membuat gambaran atau rencana penyelesaian soal dengan baik. Subjek T_1 dapat mencari hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan, mencari beberapa rumus yang mungkin bisa digunakan, mengingat kembali penyelesaian soal serupa, dan memilih pengetahuan awal yang dapat membantunya untuk menyelesaikan soal.

Setelah membaca soal, subjek T_1 dapat mencari cara menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma dengan mengingat kembali materi eksponen dan logaritma yang pernah dipelajari pada semester satu. Melalui mengingat kembali contoh-contoh soal serupa yang pernah dikerjakan, subjek menjelaskan langkah penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma meliputi mencari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, kemudian barulah mencari himpunan penyelesaiannya.

Melihat hasil analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek T_1 mampu membuat seluruh gambaran tahap-tahap umum penyelesaian soal dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam cara baru. Subjek T_1 juga dapat mengembangkan ide-ide tertentu dan membuat gambaran suatu konsep melalui contoh-contoh soal yang pernah dipelajari.

3) *Image having (Ih)*

Deskripsi data dan pernyataan $T_{1.1.4}$ menunjukkan bahwa subjek T_1 sudah memiliki strategi atau cara yang akan digunakan untuk menyelesaikan TPM sesuai dengan

gambaran awal yang dimiliki. Tanpa mengerjakan contoh-contoh, subjek T_1 dapat menjelaskan langkah penyelesaian mulai dari awal hingga akhir serta tidak melupakan konsep-konsep yang akan diterapkan dalam penyelesaian soal.

Hasil analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek T_1 sudah mampu mencapai lapisan pemahaman Pirie-Kieren yang ketiga dengan baik. Hal tersebut dikarenakan subjek T_1 mampu membuat abstraksi penyelesaian soal dengan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh.

4) **Properti noticing (Pn)**

Deskripsi data, Gambar 4.2, dan pernyataan $T_{1.1.5}$ menunjukkan bahwa subjek T_1 dapat memahami sifat-sifat apa saja yang dapat diterapkan dalam penyelesaian soal. Subjek T_1 mengubah -4 menjadi bentuk logaritma menggunakan salah satu sifat logaritma yaitu ${}^a\log a^n = n$ sehingga menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ (Pn.1). Setelah itu subjek menyelesaikan bentuk tersebut menggunakan sifat eksponen $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ sehingga menjadi $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = 1^{-4} \cdot 2^4 = 16$ agar bentuk logaritmanya mudah untuk dicari syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya (Pn.2). Subjek T_1 juga dapat menjelaskan bentuk umum dari sifat-sifat yang digunakan meskipun tidak menuliskannya pada lembar jawaban. Hal ini menandakan bahwa subjek T_1 memahami konsep-konsep matematika pada materi sebelumnya yang dapat diterapkan dalam soal.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek T_1 mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada suatu materi. Subjek T_1 juga mampu memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat yang diterapkan pada soal.

5) **Formalising (F)**

Deskripsi data dan Gambar 4.2 (F.1 dan F.2) menunjukkan bahwa subjek T_1 dapat menerapkan sifat-sifat logaritma dan eksponen yang telah dijelaskan pada lapisan sebelumnya untuk menyelesaikan soal hingga mendapatkan hasil yang tepat. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek T_1

mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada lapisan *property noticing* dengan tepat.

6) **Observing (O)**

Deskripsi data dan pernyataan $T_{1.1.6}$ menunjukkan bahwa subjek T_1 memeriksa kembali jawabannya secara berulang-ulang kemudian melakukan perbaikan jika terdapat kesalahan. Berdasarkan pengamatan peneliti, subjek T_1 melakukan perbaikan dari jawabannya tanpa adanya intervensi dari luar. Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa subjek melakukan perbaikan pada penyelesaian syarat pertidaksamaan dengan mengganti tanda pertidaksamaan (O.1), garis bilangan daerah pembuat nol pada syarat pertidaksamaan (O.2), dan himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma (O.3). Kesalahan penyelesaian pada bagian tersebut dikarenakan subjek T_1 tidak memperhatikan nilai bilangan pokok logaritma sebelum menyelesaikan soal TPM sehingga tidak menerapkan syarat-syarat yang berlaku dalam penyelesaian pertidaksamaan logaritma.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa lapisan pemahaman yang keenam ini sudah dapat dicapai oleh subjek T_1 . Subjek melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi dan mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi.

7) **Structuring (S)**

Deskripsi data dan Gambar 4.2 (S) menunjukkan bahwa langkah-langkah penyelesaian soal sudah disusun secara terstruktur oleh subjek T_1 . Subjek T_1 mengaitkan hasil dari daerah penyelesaian syarat pertidaksamaan dan syarat numerus untuk menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma. Pada pernyataan $T_{1.1.7}$ subjek dapat menjelaskan hasil dari himpunan penyelesaiannya dengan argumen yang logis sesuai dengan yang telah diajarkan oleh guru di kelas.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek T_1 mampu menyusun tugas yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya

dengan lengkap dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis.

8) *Inventising (Iv)*

Deskripsi data dan pernyataan $T_{1.1.8}$ hingga $T_{1.1.10}$ menunjukkan bahwa subjek T_1 dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru dari permasalahan yang sudah dipelajari. Subjek T_1 juga dapat menjawab pertanyaan peneliti ketika memberikan soal serupa dengan TPM namun bilangan pokoknya (a) berbeda yaitu $a > 1$. Setelah mengerjakan soal pada tes pemahaman matematis, subjek T_1 lebih teliti dalam memanipulasi bentuk soal yang belum berbentuk logaritma dan memperhatikan syarat-syarat yang berlaku dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma.

Berdasarkan analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek T_1 mampu membuat pertanyaan-pertanyaan baru dari permasalahan atau materi yang pernah dipelajari. Subjek T_1 juga mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan tugas sehingga dapat menjawab pertanyaan “*what if?*”.

9) *Folding back*

Deskripsi data, Gambar 4.1, Gambar 4.2 dan pernyataan $T_{1.1.11}$ menunjukkan bahwa subjek T_1 mengalami dua bentuk *folding back* yaitu mengumpulkan lapisan yang lebih dalam dan bekerja pada lapisan lebih dalam. Ketika selesai mengerjakan soal, subjek merasa kurang yakin kemudian mengecek kembali jawabannya mulai dari awal (*Fb.1*). Subjek T_1 menapati kesalahan pada saat mencari syarat pertidaksamaan dikarenakan subjek melupakan syarat-syarat tertentu yang berlaku dalam pertidaksamaan logaritma. Subjek kemudian mengingat kembali syarat-syarat penyelesaian logaritma yang pernah diajarkan oleh guru kemudian membuat penyelesaian baru mulai dari awal dengan memperhatikan syarat-syarat tersebut. Dalam hal ini diketahui bahwa subjek mengalami keterbatasan pemahaman pada lapisan lebih luar kemudian kembali ke lapisan lebih dalam menggunakan pengetahuan yang sudah ada tanpa keluar dari topik utama yaitu materi eksponen dan logaritma (*Fb.2*).

Berdasarkan deskripsi dan analisis data, dapat disimpulkan lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T₁ dalam menyelesaikan soal logaritma seperti tabel berikut:

Tabel 4.1
Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Subjek T₁ dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

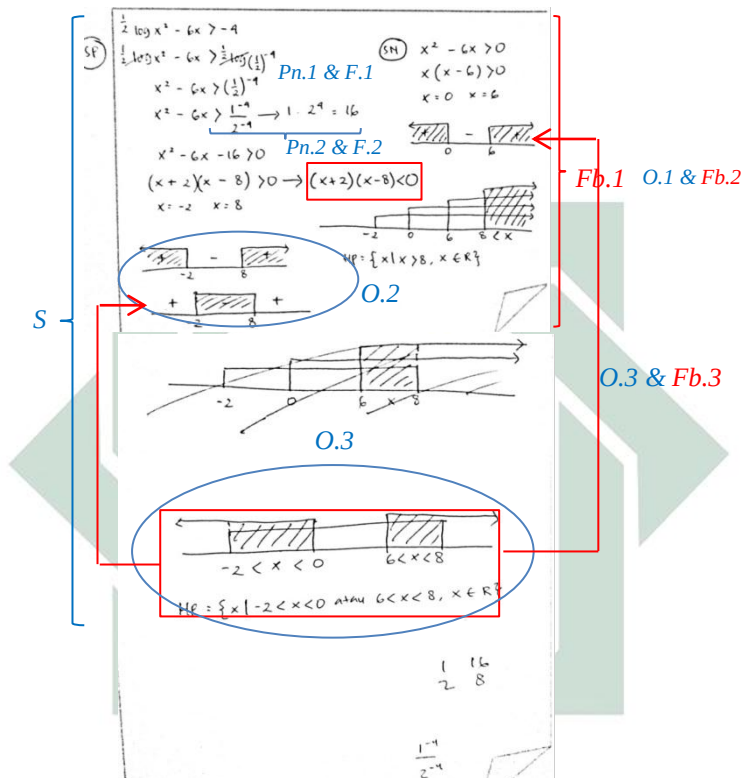
No	Lapisan Pemahaman dan bentuk <i>Folding Back</i>	Bentuk Pencapaian
1.	<i>Primitive knowing (Pk)</i>	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki
2.	<i>Image making (Im)</i>	Mampu membuat seluruh gambaran tahap-tahap umum penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dari pengetahuan sebelumnya dengan memperhatikan contoh-contoh penyelesaian soal sebelumnya
3.	<i>Image having (Ih)</i>	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dengan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh
4.	<i>Property noticing (Pn)</i>	Mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada materi eksponen dan logaritma dan dapat memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat tersebut
5.	<i>Formalising (F)</i>	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat
6.	<i>Observing (O)</i>	Mampu memakai hasil pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada penyelesaian

		soal pertidaksamaan logaritma untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dengan tepat
7.	<i>Structuring (S)</i>	Mampu menyusun langkah penyelesaian pertidaksamaan logaritma yang diberikan secara terstruktur dan lengkap, kemudian dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis
8.	<i>Investising (Iv)</i>	Mampu membuat pertanyaan baru dari TPM yang telah mereka pelajari dan mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan TPM sehingga dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”
9.	<i>Folding back</i>	- Bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik - Mengumpulkan lapisan lebih dalam yaitu ketika sudah sampai pada lapisan <i>structuring</i> melakukan pengecekan kembali mulai dari lapisan <i>primitive knowing</i> hingga <i>structuring</i> untuk memperbaiki jawaban

2. Subjek T₂

a. Deskripsi Data Subjek T₂

Berikut adalah jawaban tertulis subjek T₂:



Gambar 4.3
Jawaban Tertulis Subjek T₂

Setelah memperhatikan hasil tes yang ditunjukkan pada Gambar 4.3 di atas, diketahui bahwa untuk menyelesaikan soal subjek T₂ tidak menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal. Subjek T₂ langsung mengerjakan langkah-langkah penyelesaian sesuai dengan apa yang telah dipelajari.

Ketika mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$, subjek T₂ terlebih dahulu menjadikan ruas kanan menjadi bentuk logaritma. Subjek T₂ memanipulasi -4 menjadi bentuk $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ kemudian menghitung nilai dari $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ untuk mencari syarat pertidaksamaan. Setelah mendapatkan nilai x pembuat nol yaitu $x = -2$ atau $x = 8$ kemudian subjek T₂ menggambar pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi.

Setelah syarat pertidaksamaan terselesaikan, subjek T₂ kemudian melanjutkannya dengan mencari syarat numerus dan mendapatkan nilai x pembuat nol yakni $x = 0$ atau $x = 6$. Subjek T₂ kemudian menggambar pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian dari syarat numerus tersebut. Berdasarkan hasil dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus ini kemudian subjek T₂ menentukan himpunan penyelesaiannya yaitu $\{x \mid x > 8, x \in \mathbb{R}\}$.

Setelah melihat jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk mengungkap lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T₂ dalam menyelesaikan soal logaritma. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara subjek T₂ terkait lapisan pemahaman dan bentuk *folding back*:

P_{2.1.1}: Apakah kamu paham maksud dari soal ini? Jelaskan!

T_{2.1.1}: Paham kak. Disini saya disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$.

P_{2.1.2}: Oke, setelah kamu memahami soalnya tadi, apakah kamu mengingat sesuatu sebelumnya untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

T_{2.1.2}: Iya kak. Kemarin saya sudah diajari cara mencari himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan logaritma. Kemudian saya juga diberi banyak latihan soal terkait materi persamaan dan pertidaksamaan logaritma oleh pak guru, sehingga langkah-langkah penyelesaiannya masih

melekat di otak dan dapat saya gunakan kembali untuk mengerjakan soal ini.

P_{2.1.3}: Materi matematika apa yang kamu gunakan untuk memahami dan memecahkan masalah ini? Jelaskan!

T_{2.1.3}: Kalau ini termasuk dalam bab eksponen dan logaritma kak. Di semester satu saya sudah belajar bab eksponen dan logaritma kemudian pertidaksamaan logaritma termasuk didalamnya. Untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma pertama saya harus mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya terlebih dahulu dengan memperhatikan konsep-konsep yang berlaku kemudian baru saya gambar daerah himpunan penyelesaiannya pada garis bilangan.

P_{2.1.4}: Oke, kalau begitu coba jelaskan langkah-langkah seperti apa yang akan kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini?

T_{2.1.4}: (Sambil menunjuk soal dan menjawab) Sebenarnya soal ini sedikit mirip dengan soal UAS kemarin. Diketahui pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Nanti kita harus mengubah -4 terlebih dahulu agar menjadi bentuk logaritma dan bernilai positif menggunakan sifat-sifat logaritma. Karena *kan* syarat untuk mencari himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma $f(x)$ dan $g(x)$ harus lebih dari nol. Setelah itu, dicari syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya. Untuk mendapatkan titik pembuat nolnya, pertidaksamaannya harus difaktorkan terlebih dahulu kemudian mencari daerah penyelesaiannya pada garis bilangan supaya lebih mudah. Begitupula untuk mendapatkan syarat numerusnya, nanti harus menunjukkan bahwa $f(x)$ dan $g(x)$ lebih dari nol dan menggambar daerah penyelesaiannya pada garis bilangan baru. Setelah daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan dan syarat numerus ditemukan, kemudian saya akan mencari irisannya

pada garis bilangan yang baru lagi untuk mendapatkan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma. Menurut saya *sih* seperti ini kak, soalnya *kan* yang ada di buku LKS dan diajarkan guru saya langkahnya seperti ini.

(setelah sekitar 20 menit menyelesaikan soal TPM, subjek terlihat mengoreksi kembali jawabannya dari awal kemudian memperbaiki jawabannya yang salah tanpa adanya intervensi dari luar)

P_{2.1.5}: Oke, apakah terdapat sifat-sifat atau konsep tertentu pada materi sebelumnya yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

T_{2.1.5}: Ada kak. Pertama, untuk menjadikan -4 menjadi bentuk logaritma dan bernilai positif saya pakai sifat logaritma ${}^a\log a^n = n$. Karena di soal nilai bilangan pokoknya $\frac{1}{2}$, sehingga berdasarkan sifat tersebut -4 menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Setelah itu saya selesaikan $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ menggunakan salah satu sifat eksponen $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = 1 \cdot 2^4 = 16$.

P_{2.1.6}: Apakah kamu yakin konsep matematika dan sifat-sifat yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini dari awal hingga akhir sudah benar? Jelaskan!

T_{2.1.6}: *Insya Allah* yakin kak. Setelah selesai mengerjakan soal tadi kan saya sebenarnya kurang yakin. Kemudian saya mengecek kembali jawaban saya ternyata saya melupakan syarat-syarat yang berlaku ketika menyelesaikan syarat pertidaksamaan dimana tanda lebihdari harus dirubah menjadi kurangdari karena bilangan pokoknya terletak antara nol dan satu. Karena kesalahan tersebut akan mempengaruhi hasil daerah penyelesaian syarat pertidaksamaan dan himpunan penyelesaiannya, jadi langsung saya ganti tadi. Saya menentukan kembali daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan logaritma kemudian mencari

himpunan penyelesaiannya beberapa kali karena *radak* bingung, *hehe*

P_{2.1.7}: Bagaimana cara kamu membuktikan kalau himpunan penyelesaian yang kamu dapatkan itu sudah benar? Jelaskan!

T_{2.1.7}: Ya ini kan sesuai dengan yang diajarkan guru saya kak. Untuk menentukan himpunan penyelesaian kita gambar daerah penyelesaian dari syarat numerus dan syarat pertidaksamaan pada garis bilangan. Kemudian hasil dari daerah penyelesaian syarat numerus dan syarat pertidaksamaannya tadi kita gambar ulang pada garis bilangan baru dan dicari irisannya. Cara mudahnya yaitu bagian yang memperoleh atap paling banyak pada garis bilangan baru merupakan himpunan penyelesaiannya. Jadi, dari perbaikan jawaban saya tadi diperoleh himpunan penyelesaiannya yang benar yaitu $\{x | -2 < x < 0 \text{ atau } 6 < x < 8, x \in \mathbb{R}\}$.

P_{2.1.8}: Oke, kamu sudah berhasil mengerjakan soal ini sampai ketemu hasilnya. Misalkan kamu diminta membuat soal baru yang berkaitan dengan soal ini apakah kamu bisa? Coba kalau bisa jelaskan!

T_{2.1.8}: *ehmmm* gimana ya kak? (sambil diam beberapa saat). Mungkin bisa juga tanda pertidaksamaannya diganti kurangdari misalnya $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x < -4$ atau $g(x)$ nya diganti misal $\frac{1}{2}\log x^2 - 8x > -4$, dan lain-lain. Tetapi soal yang dibuat harus sudah dihitung dahulu sehingga bisa dipastikan dapat diselesaikan.

P_{2.1.9}: Oke, bagaimana jika kamu diberikan soal yang bentuknya ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Apa yang pertama terlintas dalam pikiranmu?

T_{2.1.9}: Ini sama seperti soal tadi kak. Ruas kanan saya jadikan bentuk logaritma dengan menggunakan sifat logaritma. Jadi, $\frac{1}{2}$ saya kalikan ${}^9\log 9$ mengikuti yang depan yang berbentuk ${}^9\log(x^2 + 2x)$. Hal itu

supaya kedua ruas berbentuk logaritma jadi bisa dicari syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya.

P_{2.1.10}: Bagaimana jika kamu disuruh mengerjakan soal seperti itu, apakah kamu paham akan proses pengerjaannya? Jelaskan!

T_{2.1.10}: Paham kak. Berdasarkan sifat logaritma, $\frac{1}{2} \cdot {}^9\log 9$ menjadi ${}^9\log 9^{\frac{1}{2}}$. Setelah itu dilanjutkan mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya. Pada syarat pertidaksamaannya simbol pertidaksamaannya tetap karena bilangan pokoknya $9 > 1$. Kemudian saya kerjakan syarat numerus dan mencari himpunan penyelesaian seperti proses mengerjakan tes pemahaman matematis tadi. Setelah itu baru saya cari irisan dari kedua syarat tersebut pada garis bilangan untuk mendapatkan himpunan penyelesaiannya

P_{2.1.11}: Kalau boleh disimpulkan kira-kira masalah apa saja yang kamu hadapi ketika menyelesaikan soal? Coba jelaskan!.

T_{2.1.11}: Tadi itu kak, setelah saya mengoreksi jawaban dari awal himpunan penyelesaian saya salah karena lupa menerapkan syarat pertidaksamaan pada logaritma. Ketika saya cek ulang tadi saya baru ingat kalau tanda pertidaksamaan pada syarat pertidaksamaan harus dirubah karena bilangan pokoknya antara nol dan 1. Setelah saya ubah tandanya otomatis garis bilangan daerah penyelesaiannya juga salah jadi saya menggambar lagi. Karena terdapat kesalahan akhirnya saya mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritmanya dengan melihat baik-baik pada daerah penyelesaian syarat pertidaksamaan dan syarat numerus agar tidak terdapat kesalahan lagi.

P_{2.1.12}: oke, saya rasa cukup. Terima kasih.

T_{2.1.12}: oke

Melihat petikan wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek T_2 menyebutkan informasi mengenai soal yang disajikan dengan menyebutkan apa yang diketahui dan ditanyakan yaitu subjek disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Subjek T_2 menjelaskan tentang pemahaman awal yang dimiliki untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma yaitu dengan mengingat kembali materi eksponen dan logaritma yang sudah pernah di pelajari. Subjek T_2 juga mengingat kembali banyak latihan soal yang sudah pernah diberikan oleh bapak guru di kelas.

Subjek T_2 memperhatikan langkah-langkah penyelesaian yang terdapat pada soal-soal sebelumnya baik pada soal persamaan atau pertidaksamaan logaritma. Untuk menyelesaikan soal, langkah-langkahnya yaitu mencari syarat pertidaksamaan dari soal terlebih dahulu kemudian mencari syarat numerus dan menggambar daerah penyelesaian serta himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma pada garis bilangan.

Subjek T_2 menjelaskan bahwa untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Subjek T_2 mengubah -4 agar menjadi bentuk logaritma dan bernilai positif menggunakan sifat-sifat logaritma. Hal ini dikarenakan syarat untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yaitu $f(x)$ dan $g(x)$ harus lebih dari nol. Kemudian subjek T_2 mencari daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan dan syarat numerusnya. Setelah daerah penyelesaian pada syarat pertidaksamaan dan syarat numerus sudah ditemukan, subjek T_1 mencari irisannya pada garis bilangan baru untuk mendapatkan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma.

Subjek T_2 menjelaskan bahwa untuk mengubah -4 menjadi bentuk pertidaksamaan logaritma, subjek menggunakan sifat logaritma yaitu ${}^a\log a^n = n$ sehingga menjadi $\frac{1}{2}\log \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Kemudian untuk mencari nilai $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ subjek menggunakan sifat eksponen $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ sehingga diperoleh $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = 1 \cdot 2^4 = 16$.

Setelah menyelesaikan soal, subjek T_2 merasa perlu mengoreksi kembali hasil pengerjaannya mulai dari awal dikarenakan subjek awalnya kurang yakin dengan jawabannya. Setelah membaca ulang penyelesaiannya, subjek mendapati kesalahan pada saat menyelesaikan syarat pertidaksamaan, daerah pembuat nol pada syarat pertidaksamaan, dan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yang diberikan karena melupakan konsep yang berlaku pada penyelesaian pertidaksamaan logaritma.

Pada Gambar 4.2 subjek T_2 menyusun langkah penyelesaian secara terstruktur dan sistematis. Subjek T_2 terlihat menggunakan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, hingga menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma.

Setelah dapat menjelaskan semua langkah penyelesaian soal, subjek T_2 dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru yang sederhana berdasarkan TPM, misalkan $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x < -4$ atau $\frac{1}{2}\log x^2 - 8x > -4$. Subjek T_2 juga dapat menjawab pertanyaan peneliti ketika diberikan soal baru yang berbentuk ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Untuk menyelesaikan soal, subjek mengubah ruas kanan menggunakan sifat logaritma dengan mengalikan $\frac{1}{2}$ dengan ${}^9\log 9$ menjadi ${}^9\log 9^{\frac{1}{2}}$. Setelah itu subjek menyelesaikan-nya dengan mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus hingga mendapatkan himpunan penyelesaiannya.

Selama menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma di atas, subjek T_2 menyatakan mengalami beberapa permasalahan diantaranya mengalami kesalahan dalam menentukan daerah pembuat nol pada syarat pertidaksamaan yang membuat himpunan penyelesaiannya salah. Kesalahan tersebut dikarenakan subjek lupa bahwa terdapat syarat-syarat yang berlaku ketika menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma. Kesalahan tersebut ditemukan subjek T_2 ketika memeriksa kembali jawabannya mulai dari awal. Pada Gambar 4.3, subjek T_2 juga terlihat beberapa kali mengalami kesalahan dalam menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

logaritma. Subjek kemudian melihat kembali dengan teliti hasil dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus hingga dapat menentukan himpunan penyelesaian yang tepat.

b. Analisis Data Subjek T_2

Berdasarkan paparan data di atas, berikut adalah hasil analisis lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T_2 :

1) *Primitive knowing (Pk)*

Deskripsi data serta pernyataan $T_{2.1.1}$ dan $T_{2.1.2}$ menunjukkan bahwa subjek T_2 telah memiliki pemahaman tentang soal, sehingga subjek T_2 dapat menjelaskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, dan yang dimaksud dalam soal meskipun tidak menuliskannya pada lembar penyelesaian. Subjek T_2 juga dapat menjelaskan pemahaman awal yang dimiliki yaitu tentang rumus-rumus untuk menyelesaikan soal logaritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal TPM.

Hasil analisis di atas menunjukkan bahwa subjek T_2 mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan topik. Subjek T_2 juga mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki, sehingga lapisan pemahaman pertama sudah dapat dicapai dengan baik oleh subjek T_2 .

2) *Image making (Im)*

Deskripsi data dan pernyataan $T_{2.1.2}$ serta $T_{2.1.3}$ menunjukkan bahwa subjek T_2 dapat membuat gambaran atau rencana penyelesaian soal dengan baik. Subjek T_2 dapat mencari hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan, mencari beberapa rumus yang mungkin bisa digunakan, mengingat kembali penyelesaian soal serupa, dan memilih pengetahuan awal yang dapat membantunya untuk menyelesaikan soal.

Setelah membaca soal, subjek T_2 dapat mencari cara menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma dengan mengingat kembali materi eksponen dan logaritma yang pernah dipelajari. Melalui mengingat kembali contoh-contoh soal serupa yang pernah dikerjakan, subjek menjelaskan langkah penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma meliputi

mencari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, kemudian barulah mencari himpunan penyelesaiannya..

Melihat hasil analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek T_2 mampu membuat gambaran seluruh tahap-tahap umum penyelesaian soal dari pengetahuan sebelumnya melalui gambar atau contoh-contoh soal lainnya.

3) *Image having (Ih)*

Deskripsi data dan pernyataan $T_{2.1.4}$ menunjukkan bahwa strategi atau cara yang digunakan oleh subjek T_2 dalam menyelesaikan soal sesuai dengan gambaran awal yang telah dijelaskan pada lapisan *image making*. Tanpa mengerjakan contoh-contoh, subjek T_2 dapat menjelaskan langkah penyelesaian mulai dari awal hingga akhir serta tidak melupakan konsep-konsep yang akan diterapkan dalam penyelesaian soal.

Berdasarkan hasil analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa subjek T_2 mampu membuat gambaran penyelesaian soal secara abstrak dan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh.

4) *Properly noticing (Pn)*

Deskripsi data, Gambar 4.3, dan pernyataan $T_{2.1.5}$ menunjukkan bahwa subjek T_2 dapat memahami sifat-sifat apa saja yang diterapkan dalam penyelesaian soal. Pada saat wawancara, subjek T_2 menjelaskan bahwa untuk mengubah -4 menjadi bentuk fungsi logaritma subjek menggunakan salah satu dari sifat logaritma yaitu ${}^a\log a^n = n$ dan menyelesaikan bentuk tersebut menggunakan sifat eksponen $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$. Subjek T_2 dapat menjelaskan bentuk umum dari sifat-sifat yang digunakan meskipun tidak menuliskannya pada lembar penyelesaian (*Pn.1* dan *Pn.2*).

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek T_2 mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada suatu materi. Subjek T_1 juga mampu memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat yang diterapkan pada soal.

5) *Formalising (F)*

Deskripsi data dan Gambar 4.3 (*F.1* dan *F.2*) menunjukkan bahwa subjek T_2 dapat menerapkan sifat-sifat

logaritma dan eksponen yang telah dijelaskan pada lapisan sebelumnya untuk menyelesaikan soal hingga mendapatkan hasil yang tepat. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek T_2 mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada lapisan *property noticing* dengan tepat.

6) **Observing (O)**

Deskripsi data dan pernyataan $T_{2.1.6}$ menunjukkan bahwa subjek T_2 memeriksa kembali jawabannya dan melakukan perbaikan jika terdapat kesalahan. Berdasarkan pengamatan peneliti, siswa mengoreksi dan memperbaiki jawaban mulai dari awal tanpa adanya intervensi dari luar. Setelah mengoreksi kembali, subjek T_2 mendapati kesalahan dalam menyelesaikan syarat pertidaksamaan dikarenakan melupakan syarat-syarat yang berlaku dalam pertidaksamaan logaritma. Subjek T_2 kemudian memperbaiki jawabannya pada bagian syarat pertidaksamaan (O.1), daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan (O.2), dan himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma (O.3). Meskipun subjek T_2 sempat merasa kebingungan menentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma, namun akhirnya subjek T_2 berhasil menentukan himpunan penyelesaian dari soal dengan tepat.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa lapisan pemahaman yang keenam ini juga sudah dapat dicapai oleh subjek T_2 . Subjek melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi dan mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi.

7) **Structuring (S)**

Deskripsi data dan Gambar 4.3 (S) menunjukkan bahwa subjek T_2 dapat menyusun langkah-langkah penyelesaian soal secara sistematis. Subjek T_2 mengaitkan hasil dari daerah penyelesaian syarat pertidaksamaan dan syarat numerus untuk menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma. Pada pernyataan $T_{2.1.7}$ subjek dapat menjelaskan hasil dari himpunan penyelesaiannya dengan argumen yang logis sesuai dengan yang telah diajarkan oleh guru di kelas.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek T_2 mampu menyusun tugas yang diberikan berdasarkan

pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya dengan lengkap dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis.

8) *Inventising (Iv)*

Deskripsi data serta pernyataan $T_{2.1.8}$, $T_{2.1.9}$, dan $T_{2.1.10}$ menunjukkan bahwa subjek T_2 dapat menyusun pertanyaan-pertanyaan baru berdasarkan soal TPM yang sudah dikerjakan. Subjek T_2 memberi contoh soal dengan mengganti tanda pertidaksamaan pada TPM dan menggantu fungsi $f(x)$.

Pada pernyataan $T_{2.1.9}$ dan $T_{2.1.10}$, subjek T_2 dapat menjawab pertanyaan peneliti ketika memberikan soal serupa dengan TPM namun bilangan pokoknya (a) berbeda yaitu $a > 1$. Setelah mengerjakan soal pada tes pemahaman matematis, subjek T_2 lebih teliti dalam memanipulasi bentuk soal yang belum berbentuk logaritma dan memperhatikan syarat-syarat yang berlaku dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek T_2 mampu membuat pertanyaan baru dari permasalahan atau materi yang mereka pelajari. Subjek T_2 juga mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan tugas sehingga dapat menjawab pertanyaan “*what if?*”.

9) *Folding back*

Berdasarkan deskripsi data pernyataan $T_{2.1.11}$, subjek T_2 mengalami dua bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam. Subjek mengumpulkan lapisan lebih dalam ketika membaca kembali penyelesaiannya untuk mengoreksi jawabannya mulai dari awal ($Fb.1$). Sedangkan subjek bekerja pada lapisan lebih dalam sebanyak dua kali. Pertama ketika mengingat kembali syarat-syarat yang berlaku dalam menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma saat mendapati kesalahan pada proses mencari syarat pertidaksamaan ($Fb.2$) dan yang kedua ketika mengalami kesulitan menggambar garis bilangan untuk mencari himpunan penyelesaian logaritma. Subjek T_2 kemudian melihat kembali hasil dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus agar dapat

menggambar daerah himpunan penyelesaian pada garis bilangan dengan tepat (*Fb.3*).

Berdasarkan deskripsi dan analisis data, dapat disimpulkan lapisan pemahaman dan *folding back* subjek T_2 dalam menyelesaikan soal logaritma seperti tabel berikut:

Tabel 4.2
Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Subjek T_2 dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

Lapisan Pemahaman dan bentuk <i>Folding Back</i>	Bentuk Pencapaian
<i>Primitive knowing (Pk)</i>	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki
<i>Image making (Im)</i>	Mampu membuat seluruh gambaran tahap-tahap umum penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dari pengetahuan sebelumnya dengan memperhatikan contoh-contoh penyelesaian soal sebelumnya
<i>Image having (Ih)</i>	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dengan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh
<i>Property noticing (Pn)</i>	Mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada materi eksponen dan logaritma dan dapat memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat tersebut
<i>Formalising (F)</i>	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat
<i>Observing (O)</i>	Mampu memakai hasil pengamatan dari penggunaan konsep yang telah

	dihubungkan pada penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dengan tepat
<i>Structuring (S)</i>	Mampu menyusun langkah penyelesaian pertidaksamaan logaritma yang diberikan secara terstruktur dan lengkap, kemudian dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis
<i>Investising (Iv)</i>	Mampu membuat pertanyaan baru dari TPM yang telah mereka pelajari dan mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan TPM sehingga dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”
<i>Folding back</i>	• Bekerja pada lapisan lebih dalam ketika menentukan himpunan penyelesaian soal dan ketika mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik • Mengumpulkan lapisan lebih dalam yaitu ketika mengecek kembali jawaban mulai dari awal untuk memperbaiki jawabannya

3. Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Subjek Berkemampuan Matematika Tinggi dalam menyelesaikan Soal Logaritma

Berdasarkan deskripsi dan analisis data subjek T_1 dan T_2 dapat disimpulkan lapisan pemahaman dan bentuk *folding back* subjek dalam menyelesaikan soal logaritma seperti pada tabel berikut:

Tabel 4.3
Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Subjek T_1 dan T_2 dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

No.	Lapisan Pemahaman dan Bentuk <i>Folding Back</i>	T_1	T_2
1	<i>Primitive knowing (Pk)</i>	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki tanpa menuliskan pada lembar penyelesaian	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritmadan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki tanpa menuliskan pada lembar penyelesaian
	Kesimpulan	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki	
2	<i>Image making (Im)</i>	Mampu membuat gambaran tahap-tahap umum penyelesaian pertidaksamaan logaritma yaitu mencari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, dan barulah mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksmaan	Mampu membuat gambaran tahap-tahap umum penyelesaian pertidaksamaan logaritma yaitu mencari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, dan barulah mencari himpunan penyelesaian dari

		logaritma	pertidaksamaan logaritma
	Kesimpulan	Mampu membuat gambaran seluruh tahap-tahap umum penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma berdasarkan contoh-contoh soal sebelumnya	
3	<i>Image having (Ih)</i>	Mampu membuat gambaran penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma secara abstrak dan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh	Mampu membuat gambaran penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma secara abstrak dan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh
	Kesimpulan	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dengan terperinci tanpa mengerjakan contoh-contoh	
4	<i>Property noticing (Pn)</i>	Mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada materi pertidaksamaan logaritma dan dapat memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat tersebut	Mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada materi pertidaksamaan logaritma dan dapat memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat tersebut
	Kesimpulan	Mampu menghubungkan gambaran abstrak yang dimiliki dengan konsep dan sifat-sifat pada penyelesaian soal TPM dan dapat memperlihatkan bentuk umum dari sifat-sifat tersebut	

5	<i>Formalising (F)</i>	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat
	Kesimpulan	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat	
6	<i>Observing (O)</i>	Melakukan pengamatan dari penggunaan konsep logaritma yang telah dihubungkan pada soal untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dengan tepat	Melakukan pengamatan dari penggunaan konsep logaritma yang telah dihubungkan pada soal untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dengan tepat
	Kesimpulan	Mampu memakai hasil pengamatan dari penggunaan konsep eksponen dan logaritma yang telah dihubungkan pada materi untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dengan tepat	
7	<i>Structuring (S)</i>	Mampu menyusun tugas yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen	Mampu menyusun tugas yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya dan dapat membuktikan hasil

		yang logis	pekerjaannya dengan argumen yang logis
	Kesimpulan	Mampu menyusun penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma yang diberikan secara terstruktur dan lengkap, kemudian dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis	
8	<i>Investising (Iv)</i>	Mampu membuat pertanyaan baru dari permasalahan atau materi yang di pelajari dengan mengganti tanda pertidaksamaan pada TPM dan mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan TPM sehingga dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”	Mampu membuat pertanyaan baru dari permasalahan atau materi yang di pelajari dengan mengganti nilai $f(x)$ dan $f(x)$ serta mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan TPM sehingga dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”
	Kesimpulan	Mampu membuat pertanyaan baru dari soal TPM yang telah mereka pelajari dan mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan tugas sehingga dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”	
9	<i>Folding back</i>	• Bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada	• Bekerja pada lapisan lebih dalam ketika menentukan himpunan penyelesaian soal dan ketika

		materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik • Mengumpulkan lapisan lebih dalam yaitu ketika sudah sampai pada lapisan <i>structuring</i> melakukan pengecekan kembali mulai dari lapisan <i>primitive knowing</i> hingga <i>structuring</i> untuk memperbaiki jawaban	mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik • Mengumpulkan lapisan lebih dalam yaitu ketika mengecek kembali jawaban mulai dari awal untuk memperbaiki jawabannya
	Kesimpulan	Kedua subjek mengalami dua bentuk folding back yaitu bekerja pada lapisan yang lebih dalam dan mengumpulkan lapisan yang lebih dalam	

B. Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Siswa Berkemampuan Matematika Sedang dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

Pada bagian ini akan dideskripsikan dan dianalisis data hasil penelitian lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_1 dan subjek S_2 dalam menyelesaikan soal logaritma.

1. Subjek S_1

a. Deskripsi Data Subjek S_1

Berikut adalah jawaban tertulis subjek S_1 :

Penyelesaian:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > -9 \\ \text{SP } \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - 9 \\ x^2 - 6x > -9 \\ x^2 - 6x + 9 > 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > -9 \text{ (salah)} \\ \frac{1}{2} \log x - 6x > -9 \\ \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - 6x > -9 \end{array} \right. \quad \text{Fb.1}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > -9 \\ \text{SP } \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - 9 \quad \text{Pn.1 \& F.1} \\ \frac{1}{2} \log x^2 - 6x > \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - 9 \quad \text{Pn.2 \& F.2} \\ x^2 - 6x > 1 \cdot 2^9 \\ x^2 - 6x > 1 \cdot 16 \\ x^2 - 6x - 16 > 0 \\ (x+2)(x-8) \\ x < -2 \quad x > 8 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Pn.1 \& F.1} \\ \text{Pn.2 \& F.2} \end{array} \right\} \text{O.1}$$

S

SKA:

$$\begin{array}{l} x^2 - 6x > 0 \\ x(x-6) > 0 \\ x > 0 \quad \checkmark \quad x > 6 \end{array}$$

Gambar:

Jadi, HP $\{x \mid x < -2 \vee x > 8, x \in \mathbb{R}\}$

Gambar 4.4
Jawaban Tertulis Subjek S_1

Setelah memperhatikan hasil tes yang ditunjukkan pada Gambar 4.4, diketahui bahwa untuk menyelesaikan soal, subjek S_1 tidak menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal. Subjek S_1 langsung mengerjakan langkah-langkah penyelesaian sesuai dengan apa yang telah dipelajari.

Ketika mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$, pada Gambar 4.3 terlihat subjek S_1 beberapa kali mencoba memanipulasi soal hingga dapat mengubah -4 menjadi bentuk $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Setelah itu, subjek S_1 menghitung nilai $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ dan menyelesaikan soal dengan mencari syarat pertidaksamaan terlebih dahulu. Setelah mendapatkan nilai x pembuat nol yakni $x = -2$ atau $x = 8$, kemudian subjek S_1 menggambarannya pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi.

Setelah syarat pertidaksamaan terselesaikan, subjek S_1 kemudian melanjutkannya dengan mencari syarat numerus dan mendapat nilai x pembuat nol yaitu $x > 0$ atau $x > 6$. Subjek S_1 menggambar kembali pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi. Setelah syarat pertidaksamaan dan syarat numerus terselesaikan, subjek S_1 menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritmanya yaitu $\{x|x < -2, \text{ atau } x > 8, x \in \mathbb{R}\}$.

Melihat hasil jawaban tertulis pada Gambar 4.4, kemudian dilakukan wawancara untuk mengungkap lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_1 dalam menyelesaikan soal logaritma. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara subjek S_1 terkait lapisan pemahaman dan *folding back*:

P_{1.1.1}: Apakah kamu paham maksud dari soal ini? Jelaskan!

S_{1.1.1}: Paham. saya disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$.

P_{1.1.2}: Oke, kalau begitu setelah kamu memahami soalnya tadi, apakah kamu mengingat sesuatu sebelumnya untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

S_{1.1.2}: iya, kemarin saya sudah diajari cara mencari himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan logaritma kak. Tetapi saya sudah agak lupa kalau tidak melihat buku catatan.

P_{1.1.3}: Materi matematika apa yang kamu gunakan untuk memahami dan memecahkan masalah ini?

S_{1.1.3}: Kalau ini ada pada bab eksponen dan logaritma kak. Tadi juga guru saya mengulang kembali materi ini dengan memberi contoh-contoh soal pertidaksamaan logaritma supaya kita mengingat kembali langkah-langkah penyelesaiannya. Yang saya ingat, untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma dicari syarat pertidaksamaannya dahulu kak.

P_{1.1.4}: Oke, kalau begitu coba jelaskan langkah-langkah seperti apa yang akan kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini?

S_{1.1.4}: (Sambil menunjuk soal) Disini kan ada pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Karena ruas kanan belum berbentuk logaritma, jadi harus di ubah terlebih dahulu menjadi bentuk logaritma. Saya masih bingung mengubahnya jadi seperti apa. Pokoknya nanti -4 harus dijadikan bentuk logaritma terlebih dahulu. Setelah itu dicari syarat pertidaksamaannya pada garis bilangan dan ditentukan himpunan penyelesaiannya pada garis bilangan. Seperti itu kak.

P_{1.1.5}: Oke, apakah terdapat sifat-sifat atau konsep tertentu pada materi sebelumnya yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

S_{1.1.5}: Iya ini ada kak. Kan tadi -4 belum berbentuk logaritma, kemudian saya mencoba sifat-sifat logaritma yang cocok untuk mengubahnya sehingga menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Ini pernah diajari

kak, tetapi saya lupa bentuk umumnya seperti apa.

Setelah itu saya selesaikan $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ menjadi $\frac{1}{2^{-4}} = 1.2^4 = 1.16 = 16$.

P_{1.1.6}: Apakah kamu yakin konsep matematika dan sifat-sifat yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini dari awal hingga akhir sudah benar?

S_{1.1.6}: Sebenarnya tidak terlalu yakin kak soalnya saya agak bingung menyelesaikan soal ini. Apalagi bentuk pertidaksamaannya ada yang belum berbentuk logaritma. Saya kurang yakin dengan hasil pekerjaan saya ini, tetapi kalau langkah-langkah penyelesaiannya saya yakin benar seperti ini sesuai yang diajarkan oleh guru saya kak. *Hehe*

P_{1.1.7}: Bagaimana cara kamu membuktikan kalau himpunan penyelesaian yang kamu dapatkan itu sudah benar? Jelaskan!

S_{1.1.7}: Ya karena langkah-langkah penyelesaian yang saya pakai sesuai dengan yang diajarkan oleh guru saya kak. Setelah dicari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus dari pertidaksamaan logaritma, kemudian daerah penyelesaian dari keduanya saya gambar di garis bilangan baru untuk mencari himpunan penyelesaiannya. Kata guru saya, bagian yang memiliki atap terbanyak adalah himpunan penyelesaiannya. Dari gambar yang saya buat ini ketemu himpunan penyelesaiannya adalah $\{x|x < -2 \text{ atau } x > 8, x \in \mathbb{R}\}$.

P_{1.1.8}: Oke, kamu sudah berhasil mengerjakan soal ini sampai ketemu hasilnya. Misalkan kamu diminta membuat soal baru yang berkaitan dengan soal ini apakah kamu bisa? Coba kalau bisa jelaskan!

S_{1.1.8}: *ehmmmm. Ndak* tahu kak sudah bingung. Saya ngerjakan ini saja sudah bingung banget kok. *hehe*

P_{1.1.9}: Oke, kalau begitu bagaimana jika kamu diberikan soal yang bentuknya ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Apa yang pertama terlintas dalam pikiranmu?

S_{1.1.9}: Yah ini kan mirip dengan soal TPM tadi kak tapi kok ada $\frac{1}{2}$ nya gitu. Ndak tahu kak bingung kalau tidak melihat buku catatan lagi kayaknya susah.

P_{1.1.10}: Kalau boleh disimpulkan kira-kira masalah apa saja yang kamu hadapi ketika menyelesaikan soal? Coba jelaskan!.

S_{1.1.10}: Tadi awalnya saya merasa kebingungan saat mengubah -4 menjadi bentuk logaritma kak, tetapi saya coba-coba saja memanipulasi sambil saya ingat-ingat kembali soal-soal yang pernah diajarkan guru saya. Kemudian ketika saya mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus untuk mencari himpunan penyelesaiannya saya juga kurang yakin dengan hasil perhitungan saya soalnya kalau tidak melihat buku catatan lagi lupa kak. Pokoknya menurut saya soal ini lumayan sulit kak. *hehe*

P_{1.1.11}: oke, saya rasa cukup. Terima kasih.

S_{1.1.11}: Oke kak sama-sama.

Melihat petikan wawancara di atas, dapat diketahui bahwa subjek S₁ menyebutkan informasi mengenai soal yang disajikan dengan menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Subjek menyatakan bahwa subjek disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Subjek menjelaskan tentang pemahaman awal yang dimiliki untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma yaitu dengan mengingat kembali materi eksponen dan logaritma.

Subjek S₁ merasa sudah agak lupa dengan konsep-konsep untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma apabila tidak melihat kembali buku catatannya. Menurut subjek S₁, untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma harus dicari syarat pertidaksamaannya terlebih dahulu.

Subjek S₁ menjelaskan bahwa untuk menyelesaikan pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$, -4 harus di ubah menjadi bentuk logaritma terlebih dahulu. Setelah itu baru dicari

syarat pertidaksamaannya pada garis bilangan untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma tersebut.

Subjek S_1 menggunakan sifat-sifat logaritma untuk mengubah -4 menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$, namun subjek sudah lupa bentuk umum dari sifat logaritma yang digunakannya. Kemudian subjek mencari nilai $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ menggunakan sifat yang pernah diajarkan pada materi sebelumnya dimana $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{2^{-4}} = 1 \cdot 2^4 = 1 \cdot 16 = 16$.

Subjek S_1 merasa kurang yakin dengan jawabannya. Hal tersebut dikarenakan ruas kanan belum berbentuk logaritma. Meskipun merasa kurang yakin dengan jawabannya, subjek S_1 merasa langkah-langkah penyelesaian soal yang dilakukan sudah benar karena sesuai dengan yang diajarkan oleh guru matematika di kelas.

Pada Gambar 4.4 terlihat bahwa subjek S_1 dapat menyelesaikan soal hingga menemukan himpunan penyelesaiannya. subjek S_1 menggunakan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, dan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma. Subjek S_1 menjelaskan bahwa untuk mencari himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma, subjek menggambar daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus kemudian bagian yang memiliki atap terbanyak itulah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yang dicari.

Setelah berusaha menjelaskan langkah penyelesaian soal, Subjek S_1 tidak dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru berdasarkan soal TPM yang sudah dikerjakan. Subjek S_1 juga tidak dapat menjelaskan langkah-langkah penyelesaian jika menemui soal yang berbentuk ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Subjek merasa sudah bingung setelah menyelesaikan soal TPM yang diberikan.

Subjek S_1 menyatakan beberapa kali mengalami permasalahan dalam menyelesaikan tes pemahaman matematis. Pada awal penyelesaian soal subjek merasa kebingungan saat memanipulasi -4 menjadi bentuk logaritma,

tetapi setelah subjek mencoba memanipulasi beberapa kali sambil mengingat contoh-contoh soal sifat-sifat logaritma yang pernah diajarkan guru, akhirnya dapat menemukan bentuk manipulasi yang sesuai. Kemudian ketika mencari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus untuk mencari himpunan penyelesaiannya, subjek juga merasa kurang yakin dengan hasil perhitungannya apabila tidak melihat buku catatan lagi karena sudah lupa. Menurut subjek S_1 soal tes pemahaman matematis yang diberikan cukup susah.

b. Analisis Data Subjek S_1

Berdasarkan paparan data di atas, berikut adalah hasil analisis lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_1 :

1) *Primitive knowing (Pk)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{1.1.1}$ dan $S_{1.1.2}$ menunjukkan bahwa subjek S_1 telah memiliki pemahaman tentang soal, sehingga subjek S_1 dapat menjelaskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, dan yang dimaksud dalam soal meskipun tidak menuliskannya pada lembar penyelesaian. Subjek S_1 juga dapat menjelaskan pemahaman awal yang dimiliki yaitu tentang cara mencari himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan logaritma yang pernah diajarkan.

Hasil analisis di atas menunjukkan bahwa subjek S_1 mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan topik. Subjek S_1 juga mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki.

2) *Image making (Im)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{1.1.3}$ menunjukkan bahwa subjek S_1 dapat membuat gambaran dan menyusun rencana penyelesaian soal meskipun tidak terperinci. Subjek S_1 dapat mencari hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan, mencari beberapa rumus yang mungkin bisa digunakan, mengingat kembali penyelesaian soal serupa, dan memilih pengetahuan awal yang dapat membantunya untuk menyelesaikan soal.

Setelah membaca soal, subjek S_1 dapat mencari cara menyelesaikan pertidaksamaan logaritma dengan mengingat

kembali materi eksponen dan logaritma. Subjek S_1 subjek hanya mengingat sebagian langkah-langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan logaritma. Subjek S_1 mengatakan bahwa untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma, subjek harus mencari syarat pertidaksamaan terlebih dahulu namun melupakan syarat numerus yang juga harus dicari terlebih dahulu.

Berdasarkan analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_1 mampu membuat gambaran sebagian tahap-tahap umum penyelesaian soal berdasarkan contoh-contoh soal sebelumnya.

3) *Image having (Ih)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{1.1.4}$ menunjukkan bahwa subjek S_1 sudah memiliki strategi atau cara yang akan digunakan menyelesaikan soal sesuai dengan gambaran atau rencana penyelesaian yang telah dijelaskan pada lapisan *image making*. Tanpa mengerjakan contoh-contoh, subjek S_1 dapat menjelaskan langkah penyelesaian mulai dari awal hingga akhir namun tidak secara terperinci. Subjek masih sedikit bingung mencari cara untuk memanipulasi -4 agar menjadi bentuk logaritma.

Hasil analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_1 sudah mampu mencapai lapisan pemahaman Pirie-Kieren yang ketiga dengan cukup baik. Subjek S_1 sudah memiliki gambaran abstrak tentang suatu materi tanpa mengerjakan contoh-contoh namun masih belum terperinci.

4) *Properti noticing (Pn)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{1.1.5}$ dan Gambar 4.4 menunjukkan bahwa subjek S_1 dapat memahami sifat-sifat apa yang dapat diterapkan dalam penyelesaian soal. Subjek menjelaskan bahwa untuk mengubah -4 menjadi bentuk fungsi logaritma subjek menggunakan salah satu dari sifat logaritma sehingga menjadi $\frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{2} \right)^{-4}$ (Pn.1). Setelah itu subjek menyelesaikan bentuk tersebut menggunakan sifat eksponen menjadi $\left(\frac{1}{2} \right)^{-4} = 1.2^4 = 16$ agar bentuk logaritmanya mudah untuk dicari syarat pertidaksamaan dan

syarat numerusnya ($Pn.2$). Namun, subjek S_1 tidak dapat menjelaskan bentuk umum dari sifat-sifat yang digunakan.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_1 mampu menghubungkan konsep dengan sifat-sifat pada suatu materi, namun tidak mampu memperlihatkan sifat-sifat yang diterapkan pada soal tersebut.

5) **Formalising (F)**

Deskripsi data dan Gambar 4.4 ($F.1$ dan $F.2$) menunjukkan bahwa subjek S_1 dapat menerapkan sifat-sifat logaritma dan eksponen yang telah dijelaskan pada lapisan sebelumnya untuk menyelesaikan soal hingga mendapatkan hasil yang tepat. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek T_1 mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada lapisan *property noticing* dengan tepat.

6) **Observing (O)**

Pada Gambar 4.4 ($O.1$) terlihat bahwa setelah subjek S_1 melakukan manipulasi agar -4 menjadi bentuk logaritma, subjek merasa jawabannya salah kemudian memperbaiki penyelesaian pada syarat pertidaksamaan, namun subjek tidak memperhatikan syarat-syarat tertentu yang berlaku dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma. Subjek mencari nilai x pembuat nol pada syarat pertidaksamaan logaritma tanpa memperhatikan nilai bilangan pokok logaritma. Karena bilangan pokok logaritma berada diantara nol dan satu, maka seharusnya tanda pertidaksamaannya berubah.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_1 melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi, namun tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi. Hal tersebut menunjukkan bahwa lapisan pemahaman *observing* kurang dapat dicapai oleh subjek S_1 dengan baik.

7) **Structuring (S)**

Deskripsi data dan Gambar 4.4 (S) menunjukkan bahwa langkah-langkah penyelesaian soal sudah disusun secara terstruktur oleh subjek S_1 . Pada pernyataan $S_{1.1.7}$, subjek S_1 mengaitkan hasil dari daerah penyelesaian syarat pertidaksamaan dan syarat numerus untuk menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma

meskipun hasilnya kurang tepat. Subjek merasa langkah-langkah penyelesaian yang digunakan sudah tepat karena sesuai dengan yang diajarkan guru di kelas.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_1 mampu menyusun tugas yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya secara terstruktur dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis meskipun hasilnya kurang tepat.

8) *Investising (Iv)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{1.1.8}$ dan $S_{1.1.9}$ menunjukkan bahwa subjek S_1 tidak dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru dari permasalahan yang sudah dipelajari. Subjek S_1 juga tidak dapat menjawab pertanyaan peneliti jika bilangan pokok (a) pada soal yang sebelumnya $0 < a < 1$, kemudian diberikan soal dalam bentuk baru dimana $a > 1$. Subjek S_1 mengatakan sudah cukup bingung dalam menyelesaikan soal TPM.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_1 tidak mampu membuat pertanyaan-pertanyaan baru dari permasalahan atau materi yang pernah dipelajari. Subjek S_1 juga tidak mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan tugas sehingga tidak dapat menjawab pertanyaan “*what if?*”.

9) *Folding back*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{1.1.10}$ menunjukkan bahwa subjek S_1 mengalami *folding back* bekerja pada lapisan lebih dalam. Subjek mengalami masalah ketika memanipulasi -4 agar menjadi bentuk logaritma. Setelah mengingat kembali sifat-sifat logaritma dan eksponen pada soal-soal yang pernah dikerjakan, subjek kemudian dapat menyelesaikan syarat pertidaksamaan, syarat numerus, dan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma tersebut meskipun hasilnya kurang tepat. Subjek menggunakan pengetahuan yang sudah ada untuk menyelesaikan masalah yang dihadapinya tanpa keluar topik.

Berdasarkan deskripsi dan analisis data, dapat disimpulkan lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_1 dalam menyelesaikan soal logaritma seperti tabel berikut:

Tabel 4.4
Lapisan Pemahaman dan Bentuk *Folding Back* Subjek S_1
dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

No	Lapisan Pemahaman dan bentuk <i>Folding Back</i>	Bentuk Pencapaian
1.	<i>Primitive knowing (Pk)</i>	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki
2.	<i>Image making (Im)</i>	Mampu membuat gambaran sebagian tahap-tahap umum penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dari pengetahuan sebelumnya melalui contoh-contoh soal
3.	<i>Image having (Ih)</i>	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma tanpa mengerjakan contoh-contoh namun tidak terperinci
4.	<i>Property noticing (Pn)</i>	Mampu menghubungkan konsep dengan sifat-sifat pada suatu materi, namun tidak dapat memperlihatkan sifat-sifat tersebut
5.	<i>Formalising (F)</i>	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat
6.	<i>Observing (O)</i>	Mampu melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma, namun tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi
7.	<i>Structuring (S)</i>	Mampu menyusun penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma yang diberikan berdasarkan pengamatan

		dan proses pemahaman pada level sebelumnya dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis, namun jawabannya kurang tepat
8.	<i>Investising (Iv)</i>	Tidak mampu membuat pertanyaan baru dari soal TPM yang telah di pelajari dan tidak mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan soal TPM sehingga tidak dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”
9.	<i>Folding back</i>	• Bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik

2. Subjek S_2

a. Deskripsi Data Subjek S_2

Berikut adalah jawaban tertulis subjek S_2 :

Penyelesaian:

$$\frac{1}{2} \log x^2 - 6x > -4$$

$$\frac{1}{2} \log x^2 - 6x > \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$$

$$\frac{1}{2} x^2 - 6x > \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 6x > 1$$

$$x^2 - 6x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$$

$$x^2 - 6x > \frac{1}{2^{-4}}$$

$$x^2 - 6x > \frac{1}{16}$$

$$x^2 - 6x - 16 > 0$$

$$(x-8)(x+2) > 0$$

$$x = 8 \vee x = -2$$

$$x^2 - 6x > 0$$

$$x(x-6) > 0$$

$$x = 6 \vee x = 0$$

Diagram 1: A number line with points -2 and 8. The region between -2 and 8 is shaded, indicating the solution set for the inequality $(x-8)(x+2) > 0$.

Diagram 2: A number line with points 0 and 6. The region between 0 and 6 is shaded, indicating the solution set for the inequality $x(x-6) > 0$.

Diagram 3: A number line with points -2, 0, 6, and 8. The regions between -2 and 0, and between 6 and 8, are shaded, indicating the combined solution set for both inequalities.

Labels: **Pn.1 & F.1**, **Pn.2 & F.2**, **O.1**, **Fb.1**, **S**

Gambar 4.5
Jawaban Tertulis Subjek S_2

Setelah memperhatikan hasil tes yang ditunjukkan pada Gambar 4.5 di atas, diketahui bahwa untuk menyelesaikan soal subjek S_2 tidak menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal. Subjek S_2 langsung mengerjakan langkah-langkah penyelesaian sesuai dengan apa yang telah dipelajari.

Untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$, subjek S_2 terlebih dahulu menjadikan ruas kanan menjadi bentuk logaritma. Subjek S_2 memanipulasi -4 menjadi bentuk $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ kemudian menyelesaikannya dengan mencari syarat pertidaksamaannya terlebih dahulu. Setelah mendapatkan nilai x pembuat nol yaitu $x = -2$ atau $x = 8$ kemudian subjek S_2 menggambarinya pada garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi.

Setelah syarat pertidaksamaan terselesaikan, subjek S_2 kemudian melanjutkan dengan mencari syarat numerusnya sehingga mendapatkan nilai x pembuat nol yakni $x = 0$ atau $x = 6$. Subjek S_2 kemudian menggambarinya pada garis bilangan lagi untuk menentukan daerah penyelesaian yang memenuhi. Dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus ini kemudian subjek S_2 menggambar kembali sebuah garis bilangan untuk menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma namun tidak dituliskan hasil akhir dari pertidaksamaan logaritmanya.

Setelah melihat jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk mengungkap lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_2 dalam menyelesaikan soal logaritma. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara subjek S_2 terkait lapisan pemahaman dan *folding back*:

P_{2.1.1}: apakah kamu paham maksud dari soal ini? coba jelaskan!

S_{2.1.1}: Paham kak. Disini saya disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$.

P_{2.1.2}: Oke, kalau begitu setelah kamu memahami soalnya tadi, apakah kamu mengingat sesuatu sebelumnya untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

S_{2.1.2}: Di semester satu kemarin saya sudah mempelajari cara mencari himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan logaritma seperti ini kak.

P_{2.1.3}: Materi matematika apa yang kamu gunakan untuk memahami dan memecahkan masalah ini? Jelaskan!

S_{2.1.3}: Ini ada di dalam bab eksponen dan logaritma. Saya sudah sedikit lupa cara mencari himpunan penyelesaiannya, tetapi tadi guru saya juga sudah memberi contoh-contoh soal pertidaksamaan logaritma untuk mengingat kembali langkah-langkah penyelesaiannya. Kalau tidak salah mula-mula kita harus mencari syarat pertidaksamaan terlebih dahulu agar dapat mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma.

P_{2.1.4}: Oke, kalau begitu coba jelaskan langkah-langkah seperti apa yang akan kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini?

S_{2.1.4}: (Sambil menunjuk soal) Mula-mula diketahui pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Ruas kanannya dijadikan bentuk logaritma terlebih dahulu supaya dapat dicari himpunan penyelesaiannya. Untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma, kita harus mencari syarat pertidaksamaannya terlebih dahulu kak, baru bisa ditentukan himpunan penyelesaiannya.

P_{2.1.5}: Oke, apakah terdapat sifat-sifat atau konsep tertentu pada materi sebelumnya yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini? Jelaskan!

S_{2.1.5}: iya. Saya menggunakan sifat logaritma untuk mengubah -4 menjadi bentuk logaritma. Karena disoal bilangan pokoknya $\frac{1}{2}$ jadi -4 dapat diubah menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Ketika menyelesaikan syarat pertidaksamaan, saya menyelesaikan $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ agar diketahui nilainya dengan menghitungnya menjadi $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = \frac{1}{-16} = 16$.

P_{2.1.6}: Apakah kamu yakin konsep matematika dan sifat-sifat yang kamu gunakan untuk menyelesaikan soal ini dari awal hingga akhir sudah benar? Jelaskan!

S_{2.1.6}: Sebenarnya kurang yakin karena sudah lumayan lupa dengan konsep-konsepnya, tetapi kalau sifat yang saya terapkan sepertinya sudah benar. Dulu sudah pernah memanipulasi soal yang mirip seperti ini, tapi saya tadi agak lupa caranya. Kemudian langkah-langkahnya juga sudah sesuai yang diajarkan guru saya kak jadi insya Allah sudah benar.

P_{2.1.7}: Bagaimana cara kamu membuktikan kalau himpunan penyelesaian yang kamu dapatkan itu sudah benar? Jelaskan!

S_{2.1.7}: Ya disini kan saya menggambar himpunan penyelesaiannya pada garis bilangan. Daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus saya gambar disini kemudian bagian dari garis bilangan yang mendapat atap paling banyak itulah yang merupakan himpunan penyelesaiannya. *Lah* dari gambar saya ini *kan* bisa dilihat yang mendapat atap paling banyak daerah $\{x|x < -2 \text{ atau } x > 8, x \in \mathbb{R}\}$. Perasaan yang diajarkan guru saya sih seperti itu kak.

P_{2.1.8}: Oke, kamu sudah berhasil mengerjakan soal ini sampai ketemu hasilnya. Misalkan kamu diminta membuat soal baru yang berkaitan dengan soal ini apakah kamu bisa? Coba kalau bisa jelaskan!

S_{2.1.8}: Aduuh soal baru seperti apa kak? Ndak tahu kak saya sudah bingung.

P_{2.1.9}: Oke, kalau begitu bagaimana jika kamu diberikan soal yang bentuknya ${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Apa yang pertama terlintas dalam pikiranmu?

S_{2.1.9}: Ndak tahu kak, sudah pusing ngerjakan soal yang tadi, apalagi soalnya ada $\frac{1}{2}$ nya mau diapain bingung. *hehe*

P_{2.1.10}: Kalau boleh disimpulkan kira-kira masalah apa saja yang kamu hadapi ketika menyelesaikan soal? Coba jelaskan!.

S_{2.1.10}: Masalahnya tadi saya cukup lama berpikir untuk memanipulasi -4 agar menjadi bentuk logaritma. Kemudian saya ingat soal-soal yang dahulu dimanipulasi dengan sifat logaritma dan saya selesaikan hasilnya hingga ketemu himpunan penyelesaiannya tadi. Tetapi saya juga tidak yakin dengan hasil akhir yang saya peroleh kak. Sudah itu saja kak.

P_{2.1.11}: Oke saya rasa cukup. Terima kasih.

S_{2.1.11}: sama-sama.

Melihat petikan wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek S₂ mengetahui maksud dari soal yang disajikan. Subjek menyatakan bahwa disuruh mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$. Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa subjek mengetahui apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal meskipun tidak menuliskannya pada lembar penyelesaian.

Subjek S₂ juga dapat menjelaskan materi matematika yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal dan gambaran langkah-langkah penyelesaian yang akan digunakan untuk menyelesaikan soal. Subjek S₂ menjelaskan bahwa subjek menggunakan materi eksponen dan logaritma untuk menyelesaikan soal. Untuk menyelesaikan soal, langkah-langkahnya yaitu mencari syarat pertidaksamaan terlebih dahulu kemudian mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma tersebut.

Subyek S₂ dapat menjelaskan langkah-langkah penyelesaian soal yang akan ditempuh meskipun tidak terperinci. Subjek S₂ melakukan langkah-langkah penyelesaian sesuai dengan gambaran awal yang dimiliki. Menurut subjek, untuk menyelesaikan pertidaksamaan logaritma $\frac{1}{2}\log x^2 - 6x > -4$, ruas kanan harus diubah menjadi bentuk logaritma terlebih dahulu. Setelah -4 menjadi bentuk logaritma, barulah dicari

syarat pertidaksamaannya agar dapat ditentukan himpunan penyelesaian logaritmanya.

Subjek S_2 dapat menjelaskan sifat-sifat atau konsep matematika apa saja yang digunakan dan dapat menerapkannya dalam menyelesaikan soal. Subjek menggunakan sifat logaritma untuk mengubah -4 menjadi bentuk logaritma sehingga menjadi $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. Kemudian untuk mencari nilai $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ subjek menggunakan sifat eksponen sehingga diperoleh $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1^{-4}}{2^{-4}} = \frac{1}{-16} = 16$. Meskipun subjek tidak dapat menjelaskan bentuk umum dari semua sifat yang digunakan, namun subjek dapat menggunakannya dalam menyelesaikan soal.

Subjek S_2 merasa kurang yakin dengan konsep matematika yang diterapkan, namun subjek merasa sifat-sifat yang digunakan untuk memanipulasi soal sudah benar dikarenakan sudah pernah diterapkan untuk menyelesaikan soal serupa sebelumnya. Subjek terlihat melupakan syarat-syarat yang berlaku dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma yaitu setelah memastikan nilai $f(x)$ dan $g(x)$ lebih dari nol, subjek tidak memeriksa nilai bilangan pokoknya. Karena bilangan pokoknya $0 < a < 1$, tanda pertidaksamaan yang awalnya lebih dari harus berubah menjadi kurang dari. Hal tersebut akan mempengaruhi hasil dari himpunan penyelesaiannya.

Pada Gambar 4.5, subjek S_2 terlihat menggunakan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan, syarat numerus, hingga menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma. Subjek menjelaskan bahwa garis bilangan akan memudahkan dalam menentukan daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma tersebut. Hal tersebut dikarenakan sudah sesuai dengan yang diajarkan oleh guru di kelas dimana bagian dari garis bilangan yang mendapat atap paling banyak itulah yang merupakan himpunan penyelesaiannya.

Setelah dapat menjelaskan semua langkah penyelesaian soal, subjek S_2 tidak dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru berdasarkan soal TPM yang sudah dikerjakan dikarenakan merasa bingung. Subjek S_2 juga tidak dapat menjawab pertanyaan peneliti bagaimana jika diberikan soal yang berbentuk

${}^9\log(x^2 + 2x) > \frac{1}{2}$. Subjek mengatakan bahwa tidak dapat menyelesaikannya karena sudah lupa caranya memanipulasi $\frac{1}{2}$ menjadi bentuk logaritma.

Selama menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma di atas, subjek S_2 menyatakan mengalami permasalahan ketika mencari sifat yang sesuai untuk memanipulasi -4 agar menjadi bentuk logaritma. Setelah mengingat sifat logaritma pada latihan soal sebelumnya, akhirnya subjek berhasil memanipulasinya.

b. Analisis Data Subjek S_2

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut adalah hasil analisis lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_2 :

1) *Primitive knowing (Pk)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{2.1.1}$ dan $S_{2.1.2}$ menunjukkan bahwa subjek S_2 telah memiliki pemahaman tentang soal, sehingga subjek S_2 dapat menjelaskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, dan yang dimaksud dalam soal meskipun tidak menuliskannya pada lembar penyelesaian. Subjek S_2 juga dapat menjelaskan pemahaman awal yang dimiliki yaitu tentang cara mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma yang pernah diajarkan pada semester satu.

Pernyataan $S_{2.1.1}$ dan $S_{2.1.2}$ ini menunjukkan bahwa subjek S_2 dapat memahami soal yang sebelumnya belum pernah dikerjakan kemudian subjek S_2 dapat menjelaskan apa yang diketahui dalam soal dan pertanyaan apa yang harus diselesaikan. Subjek S_2 juga sudah memiliki pemahaman awal yang dapat membantunya untuk menyelesaikan soal.

Hasil analisis di atas menunjukkan bahwa subjek S_2 mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan topik. Subjek S_2 juga mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki.

2) *Image making (Im)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{2.1.3}$ menunjukan bahwa subjek S_2 dapat dapat membuat gambaran dan menyusun rencana penyelesaian soal meskipun tidak terperinci. Subjek S_2 dapat mencari hubungan antara yang

diketahui dengan yang ditanyakan, mencari beberapa rumus yang mungkin bisa digunakan, mengingat kembali penyelesaian soal serupa, dan memilih pengetahuan awal yang dapat membantunya untuk menyelesaikan soal.

Setelah membaca soal, subjek S_2 dapat mencari cara menyelesaikan pertidaksamaan logaritma dengan mengingat kembali materi eksponen dan logaritma. Subjek S_2 subjek hanya mengingat sebagian langkah-langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan logaritma. Subjek S_2 mengatakan bahwa untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma, subjek harus mencari syarat pertidaksamaan terlebih dahulu namun melupakan syarat numerus yang juga harus dicari terlebih dahulu.

Berdasarkan analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_2 mampu membuat gambaran sebagian tahap-tahap umum penyelesaian soal berdasarkan contoh-contoh soal sebelumnya.

3) *Image having (Ih)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{2.1.4}$ menunjukkan bahwa subjek S_2 sudah memiliki strategi atau cara yang akan digunakan menyelesaikan soal sesuai dengan gambaran atau rencana penyelesaian yang telah dijelaskan pada lapisan *image making*. Tanpa mengerjakan contoh-contoh, subjek S_2 dapat menjelaskan langkah penyelesaian mulai dari awal hingga akhir namun tidak secara terperinci. Subjek masih sedikit bingung mencari cara untuk memanipulasi -4 agar menjadi bentuk logaritma..

Berdasarkan analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek S_2 sudah mampu mencapai lapisan pemahaman Pirie-Kieren yang ketiga dengan cukup baik. Subjek S_2 sudah memiliki gambaran abstrak tentang suatu materi tanpa mengerjakan contoh-contoh namun masih belum terperinci.

4) *Properti noticing (Pn)*

Deskripsi data, pernyataan $S_{2.1.5}$, dan Gambar 4.5 menunjukkan bahwa subjek S_2 dapat memahami sifat-sifat apa saja yang diterapkan dalam penyelesaian soal. Pada saat wawancara, subjek S_2 menjelaskan bahwa untuk mengubah -4 menjadi bentuk fungsi logaritma subjek menggunakan salah satu dari sifat logaritma. Untuk mencari nilai dari hasil

manipulasinya subjek menggunakan sifat eksponen, namun subjek tidak menuliskan dan menjelaskan bentuk umum dari sifat-sifat yang digunakan (*Pn.1* dan *Pn.2*).

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_2 mampu menghubungkan konsep dengan sifat-sifat pada suatu materi, namun tidak mampu memperlihatkan sifat-sifat yang diterapkan pada soal tersebut.

5) **Formalising (F)**

Deskripsi data dan Gambar 4.5 (*F.1* dan *F.2*) menunjukkan bahwa subjek S_2 dapat mengaplikasikan sifat-sifat logaritma dan eksponen yang telah dijelaskan pada lapisan sebelumnya untuk menyelesaikan soal hingga mendapatkan hasil yang tepat. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek S_2 mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada lapisan *property noticing* dengan tepat.

6) **Observing (O)**

Pada Gambar 4.5 (*O.1*) terlihat bahwa subjek S_2 memperbaiki penyelesaian pada syarat pertidaksamaan, namun subjek tidak memperhatikan syarat-syarat tertentu yang berlaku dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma. Subjek mencari nilai x pembuat nol pada syarat pertidaksamaan logaritma tanpa memperhatikan nilai bilangan pokok logaritma. Karena bilangan pokok logaritma berada diantara nol dan satu, maka seharusnya tanda pertidaksamaannya berubah.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_2 melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi, namun tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi. Hal tersebut menunjukkan bahwa lapisan pemahaman *observing* kurang dapat dicapai oleh subjek S_2 dengan baik.

7) **Structuring (S)**

Deskripsi data dan Gambar 4.5 menunjukkan bahwa langkah-langkah penyelesaian soal sudah disusun secara terstruktur oleh subjek S_2 . Pada pernyataan $S_{2.1.7}$, subjek S_2 mengaitkan hasil dari daerah penyelesaian syarat pertidaksamaan dan syarat numerus untuk menentukan

himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma meskipun hasilnya kurang tepat.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_2 mampu menyusun tugas yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya secara terstruktur dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis meskipun hasilnya kurang tepat.

8) *Inventising (Iv)*

Deskripsi data dan pernyataan $S_{2.1.8}$ dan $S_{2.1.9}$ menunjukkan bahwa subjek S_2 tidak dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru dari permasalahan yang sudah dipelajari. Subjek S_2 juga tidak dapat menjawab pertanyaan peneliti ketika memberikan soal yang serupa dengan TPM, manun bilangan pokoknya lebih dari satu. Subjek S_2 mengatakan sudah cukup bingung dalam menyelesaikan soal TPM.

Analisis data di atas menunjukkan bahwa subjek S_2 tidak mampu membuat pertanyaan-pertanyaan baru dari permasalahan atau materi yang pernah dipelajari. Subjek S_2 juga tidak mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan tugas sehingga tidak dapat menjawab pertanyaan “*what if?*”.

9) *Folding back*

Deskripsi data berdasarkan pernyataan $S_{2.1.11}$ menunjukkan bahwa subjek S_2 mengalami bentuk *folding back* bekerja pada lapisan lebih dalam. Subjek bekerja pada lapisan lebih dalam ketika mengingat kembali sifat-sifat logaritma dan eksponen untuk memanipulasi -4 menjadi bentuk logaritma ($Fb.1$). Subjek bekerja menggunakan pengetahuan yang sudah ada tanpa keluar dari topik masalah yang dihadapinya.

Berdasarkan deskripsi dan analisis data, dapat disimpulkan lapisan pemahaman dan *folding back* subjek S_2 dalam menyelesaikan soal logaritma seperti tabel berikut:

Tabel 4.5
Lapisan Pemahaman dan Bentuk *Folding Back* Subjek S_2
dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

No	Lapisan Pemahaman dan bentuk <i>Folding Back</i>	Bentuk Pencapaian
1.	<i>Primitive knowing (Pk)</i>	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki
2.	<i>Image making (Im)</i>	Mampu membuat gambaran sebagian tahap-tahap umum penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dari pengetahuan sebelumnya melalui contoh-contoh soal
3.	<i>Image having (Ih)</i>	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma tanpa mengerjakan contoh-contoh namun tidak terperinci
4.	<i>Property noticing (Pn)</i>	Mampu menghubungkan konsep dengan sifat-sifat pada suatu materi, namun tidak dapat memperlihatkan sifat-sifat tersebut
5.	<i>Formalising (F)</i>	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat
6.	<i>Observing (O)</i>	Mampu melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma, namun tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi
7.	<i>Structuring (S)</i>	Mampu menyusun penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma yang diberikan berdasarkan pengamatan dan

		proses pemahaman pada level sebelumnya dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis, namun jawabannya kurang tepat
8.	<i>Investising (Iv)</i>	Tidak mampu membuat pertanyaan baru dari soal TPM yang telah di pelajari dan tidak mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan soal TPM sehingga tidak dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”
9.	<i>Folding back</i>	• Bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik

3. Lapisan Pemahaman dan Folding Back Subjek Berkemampuan Matematika Sedang dalam menyelesaikan Soal Logaritma

Berdasarkan deskripsi dan analisis data subjek S_1 dan S_2 dapat disimpulkan lapisan pemahaman dan *folding back* subjek dalam menyelesaikan soal logaritma seperti pada tabel berikut:

Tabel 4.6
Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Subjek S_1 dan S_2 dalam Menyelesaikan Soal Logaritma

No.	Lapisan Pemahaman dan Bentuk <i>Folding Back</i>	T_1	T_2
1	<i>Primitive knowing (Pk)</i>	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan

		logaritma pada materi sebelumnya dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki	logaritma pada materi sebelumnya dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki
	Kesimpulan	Mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimiliki	
2	<i>Image making (Im)</i>	Mampu membuat gambaran sebagian tahap-tahap umum penyelesaian soal dari pengetahuan sebelumnya melalui contoh-contoh soal sebelumnya	Mampu membuat gambaran sebagian tahap-tahap umum penyelesaian soal dari pengetahuan sebelumnya melalui contoh-contoh soal sebelumnya
	Kesimpulan	Kurang membuat gambaran seluruh tahap-tahap umum penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dari pengetahuan sebelumnya melalui contoh-contoh soal	
3	<i>Image having (Ih)</i>	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal tanpa mengerjakan contoh-contoh namun tidak terperinci	Mampu membuat abstraksi penyelesaian soal tanpa mengerjakan contoh-contoh namun tidak terperinci
	Kesimpulan	Kurang mampu membuat abstraksi penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma tanpa mengerjakan contoh-	

		contoh	
4	<i>Property noticing (Pn)</i>	Mampu menghubungkan konsep dengan sifat-sifat pada materi eksponen dan logaritma, namun tidak dapat memperlihatkan sifat-sifat tersebut	Mampu menghubungkan konsep dengan sifat-sifat pada materi eksponen dan logaritma, namun tidak dapat memperlihatkan sifat-sifat tersebut
	Kesimpulan	Kurang mampu memperlihatkan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang berlaku di dalam penyelesaian soal	
5	<i>Formalising (F)</i>	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat
	Kesimpulan	Mampu mengaplikasikan sifat-sifat eksponen dan logaritma yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan tepat	
6	<i>Observing (O)</i>	Mampu melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi, namun tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi	Mampu melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi, namun tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi
	Kesimpulan	Kurang mampu menggunakan pengamatan konsep yang dilakukan	

		untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi	
7	<i>Structuring (S)</i>	Mampu menyusun penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis, namun jawabannya kurang tepat	Mampu menyusun penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma yang diberikan berdasarkan pengamatan dan proses pemahaman pada level sebelumnya dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis, namun jawabannya kurang tepat
	Kesimpulan	Kurang mampu membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis	
8	<i>Investising (Iv)</i>	Tidak mampu membuat pertanyaan baru dari soal TPM yang di pelajari dan tidak mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan TPM sehingga tidak dapat menjawab pertanyaan “ <i>what</i>	Tidak mampu membuat pertanyaan baru dari soal TPM yang di pelajari dan tidak mampu menemukan konsep baru berdasarkan pemahaman terstruktur setelah menyelesaikan TPM sehingga tidak dapat menjawab pertanyaan “ <i>what if?</i> ”

		<i>if?</i>	
	Kesimpulan	Tidak mampu menciptakan struktur matematika baru berdasarkan struktur pengetahuan sebelumnya	
9	<i>Folding back</i>	- Bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik	- Bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu mengingat kembali pemahaman yang dimiliki pada materi sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi tanpa keluar topik
	Kesimpulan	Kedua subjek mengalami bentuk folding back bekerja pada lapisan yang lebih dalam	